



PHILOSOPHIA
LIBERA
SEU
ECLECTICA
RATIONALIS, ET MECHANICA SENSUUM

Ad Studiosæ Juventutis institutionem accommodata

AUCTORE
IGNATIO MONTEIRO

TOMUS I.

IN QUO

Necessaria Philosophiæ Prolegomena, hoc est, Elementa Geometriæ, & Historia Philosophiæ continentur.

PARS PRIMA

ELEMENTA GEOMETRIÆ.

Editio secunda ab Auctore correcta, & quamplurimis additionibus aucta.







VENETIIS MDCCLXXV.

TYPIS ANTONII ZATTA

SUPERIORUM PERMISSU, AC PRIVILEGIIS.



LUSITANÆ JUVENTUTI.

Epiſtola nuncupatoria, primæ editioni præmiſſa, modo aliquantulum immutata: in qua generalis operis idea continetur.

Nullus, credo, veſtrum jam eſt, qui ea tempeſtate, & locorum diſtantia, qua vivimus, & poſt illas humanarum rerum viciſſitudines, quarum vos teſtes fuiſtis, mea hæc vobis e longinquis adeo regionibus dirigenda, veſtrique gratia in lucem publicam emittenda eſſe ſperaret. At laborem hunc meum, ut ipſi ſcitis, dum inter vos in Luſitania, communi olim nobis patria, viverem, ut vobis inſervirem, mente concepi, perficere ſum aggreſſus, ad umbilicum perduxi, vobiſque tandem non ambiguis verbis annuntiavi. Eſt adhuc in me primus ille meus erga vos amor, nihilque de priſtino illo affectu, & veſtrum omnium exiſtimatione remiſi hactenus. Ne igitur, quæſo, miremini, ſi meæ ego in vos benevolentiæ morem gerens, ut interpoſitam utcunque fidem liberarem, compoſitam inter vos Philoſophiam, vobis dedicem, & e remotis adeo locis remittam. Gratam eam vobis olim futuram, dubitare mihi per veſtram erga me benevolentiam non licebat. Quid modo in tanta rerum mutatione credere oporteat, eventus docebit. Duo ſaltem vobis, quæ indubia ſunt, ſuadere poterunt, quod Philoſophico hoc ego opere non leviter vos demereri, & ſperare poſſem, & ſi fas eſt dicere, deberem: 1.° quod licet datus mihi a natura genius, potioraque mea, & magis aſſidua ſtudia in aliis ſcientiis, & artibus impenderentur, quod vos ipſi, qui me Conimbricæ noſtis, non ignoratis; ut inſtructioni tamen ve-

ſtræ in ſcientiis naturalibus inſervirem, non exiguam ſtudiorum meorum partem hiſce facultatibus conſecrarem: 2.o quod nullis ego laboribus, aut curis parcerem, ut opus non inutile vobis offerrem, & magnum illum, quem in vobis agnoſcebam, erga ſcientiam naturalem, & nuperam Philoſophiam amorem ulterius promoverem: quod ſi hæc ultima non ſim aſſecutus, id totum imbecillitati, & tenuitati meæ referendum exiſtimate.

Diuturna ego experientia, & multarum gentium commercio edoctus compertum illud habeo, quod incredibile videri poſſet, in tanta librorum Philoſophicorum varietate, & multitudine, quibus hac ætate fruimur, non parum adhuc deſudare, & laborare hujus facultatis profeſſores, & ſtudioſos tyrones, ut primi Philoſophiam ordinare, & tradere, ſecundi vero eam intelligere, & ediſcere, præſcripto addiſcendæ Philoſophiæ tempore poſſint. Id etiam apprime ſcio, ob maximam ſcilicet argumenti difficultatem atque hiſce noſtris temporibus amplitudinem, plurimiſque aliis de cauſis, quas annis procedentibus propria obſervatione cognoſcetis, fieri vix poſſe, ut adoleſcentes in Philoſophia ſatis inſtructi evadant, ſi Philoſophicum ſtadium abſolvant, quin aliud menti, & memoriæ mandaverint, præter ea, quæ a magiſtro dictata acceperunt. Qualeſcunque tamen ſint hujuſce rei cauſæ, ne ſatis commune hoc malum vos etiam tangat, cum mihi in dedicato hoc vobis opere ſcribendo ſcopum, & finem propoſui, ut quidquid in Philoſophia & Veteres, & Recentiores Philoſophi obſervatione, & ſcitu dignum excogitarunt, aut repererunt; & quidquid etiam mihi de hiſce rebus ſedulo cogitanti in mentem venit non improbabile, ad captum veſtrum accommodarem, & vobis ita diſponerem, ut pro ratione ſtudiorum veſtrorum ea omnia tribus annis, quos Philoſophiæ ediſcendæ ut plurimum impenditis, commode comprehendere valeatis. Habete igitur & operis

ris totius ideam, & distributionem, quæ mihi quidem aptior, vobis vero accommodatior esse videtur.

Opus integrum, quod ego vestrum gratia in Lusitania conscripsi, naturalem Philosophiam, Physicam vulgo nuncupatam, necessaria illius scientiæ prolegomena, fundamenta, appendices, amplissima enim vero argumenta, complectitur: atque septem exiguæ molis voluminibus continetur. Cum, quid Physicæ nomine intelligam, usu ipso ediscatis; facile mecum convenietis, intra angustiores fines id argumenti exponi prorsus non posse. In brevius compendium rem redigere, id vero esset rerum fere tantum definitiones, & perfunctorie Philosophiam tradere. Si multo longius rem protraherem, id quod amplissima dicendarum rerum seges exigere videretur; vereor ne ab hisce studiis tyrones omnino deterrerentur. Dum vero fusa illa brevitate (si ita loqui fas est) argumentum tracto, duo hæc effecisse spero, ut Philosophiam neque perfunctorie exponam; neque tamen ita protraham ut a vobis tempore ad hæc studia præstituto comprehendi facile non posset: a vobis, inquam, seu ab iis inter vos, qui & ingenio pollent, & aulas frequentant, scientiarum potius amore ducti, quam ut otiose, jucunde, inutiliter, & periculose tempus terant, & postea inter cives suos falso nomine Philosophi, & Philosophiæ doctores salutentur.

Habetis in primo hoc volumine Elementa Geometriæ, & Historiæ Philosophicæ Synopsim. Duo hæc sunt naturalis Philosophiæ Elementa: quorum primum ad Physicarum rerum intelligentiam est prorsus necessarium, ut ex subjecta præfatione constabit: secundum vero ignorare, tyronem Philosophum bene cultum prorsus dedecet, & hominem agrestem prorsus saperet. Quid enim? Philosophiæ operam navare, quin tamen quid rei illa sit, de quibus rebus agat, unde, a quo, quibus temporibus originem suam ducat: quinam præcipui auctores illam colere I. Volumen Geometr. Elementa & Hist. Philosoph.

 in-

inceperint, promoverint, ad nos usque transmiserint? De diversis Philosophorum sectis quotidie disputatur: antiqua, & moderna Philosophia in medium saepe producitur: & haec quidem non modo in scholis, sed familiaribus etiam confabulationibus differuntur: hominem tamen Philosophum haec ignorare? Utrunque igitur, ut dicebam, introductio quaedam est, aut prologomenon ad Philosophiam necessarium, & tyroni Philosopho, nisi fallor, prorsus sufficiens: ut ex adjunctis suis in locis praefationibus, & ex totius operis decursu edoceri poteritis. Haec autem duo vel Logicae praemitti, vel simul cum illa intra primum annum a vobis addisci possunt, & debent.

Logicam cum dico, eam ego intelligo, quam post absolutam naturalem Philosophiam, typis etiam edidi unico volumine comprehensam: aliud ego opus illam esse volui, inter vos sane non conscriptum: facile tamen ad Physicam nostram adjungendum, quid illud volumen contineat, longa dissertatio operi praemissa edocebit: dicere interim satis sit, Logicam in illo contineri, universale scilicet illud omnium scientiarum Organum, quae humanum intellectum per omnia semper dirigit, & manuducit: una cum arte Criticae, *quae regulas etiam nobis tradit, quibus in scientiis, & artibus universis, in omnibusque aliis, quae in humano commercio, & totius vitae decursu occurrere possunt, verum a falso, certa ab incertis dignoscere, & prudenter nos gerere valeamus. Philosophiam hanc Rationalem ita exponere, & tradere studui, ut ex una parte inutiles omnes subtilitates, quae in Logicam irrepserant, eamque horridam effecerant, penitus resecarem; ex alia vero plurimas regulas in arte Critica superaddidi, quibus humana ratio recte, prudenter & humane gubernetur. Plurima igitur de humana facultate cognoscendi, de ideis, earum natura, principio, origine, gradibus, veritate, certitudine, evidentia; de*

ver-

verbis, de humanis cognitionibus, propositionibus, discursu, earumque regulis, & multiplici ordine, probabilitate, obscuritate, de recto sensuum usu, de errore, seu falsitate, demonstratione, Criterio veritatis, scientiarum ideis, & divisione, de fide, ejusque regulis, de Criticæ legibus expono; & ubi locus, & argumentum postulat, necessariis annotationibus, aut exemplis illustro.

Tyroni Philosopho in Geometricis jam, Logicis, & Historia Philosophica instructo sequentia tria, alterius anni argumentum, propono. In primo Physicæ volumine, post generalem præfationem toti Physicæ præmissam, primam Physicæ generalis partem plurimis lectionibus distributam habetis: & primo quidem de Philosophiæ, & Physicæ inprimis notione, objecto, methodo, & regulis philosophandi, de corporum notione, & existentia agitur; tum corporis naturam, prima eorum elementa, principia, & compositionem perscrutando per analysim rationalem aliquibus lectionibus investigamus. Hæc quidem jejuna admodum videri vobis poterunt; quia scilicet de iis agimus, quæ soli Deo cognita sunt; in iis tamen injucundum non erit, brevibus periodis omnium Philosophorum, hoc est, spiritus humani deliria, opiniones, aut Systemata legere, & phænomenis aliquot sparsim notatis nostram etiam mentem exponere, & reconditum, aridumque argumentum ornare. Deinceps vero in pluribus lectionibus spatium, tempus, corporum attributa, magnitudinem, divisibilitatem, inertiam, generales naturæ leges, naturam & caussas motuum, varias eorum species, directum, reflexum, refractum, vires, elasticitatem, mollitiem, frictionem, & id genus alia vobis exhibeo; Omnia autem hæc interpositis passim, & expositis phænomenis, plurimisque aliis ad historiam naturalem spectantibus, & amæna, & captui vestro accommodata reddere conamur. II. Volumen Physicæ Generalis universaliora Capita.

Reliqua generalis Physicæ capita, Mechani- III Volumen Phy-

 cam

sicæ generalis reliqua capita, Mechanicam Physicam, Staticam, & Centrobaricam Physicam.

cam Physicam, Staticam, & Centrobaricam Physicam in volumine secundo Physicæ, operis tertio offendetis. Uberrima hic ego vobis, & fœcundissima plurimarum artium, & cognitionum ad vitam utilium principia, & fontes aperio, & amœnissima plurima in dies nobis omnibus occurrentia expono; celeberrimam de virium vivarum dissertationem, vires centrales, gravitatis theoriam, & uberrimos effectus, corporum ascendentium, descendentium, aut projectorum theoriam, phænomena, & leges intra atmosphæram nostram, aut spatium vacuum, generale Mechanicæ principium, & machinas simpliciores inde deductas, æquilibrium, sustentationem, & lapsum solidorum corporum, & phænomena ex tot fontibus derivata late expono. Tandemque Hydrostaticam Physicam, hoc est, fluidorum notionem, naturam, pressionem, resistentiam, gravitates specificas, æquilibria solidorum intra fluida, immersiones, motum, sustentationem, & phænomena his argumentis affinia, quæ humanum intellectum alliciunt.

IV Volumen A stronomia Physica.

Volumen quartum, Physicæ tertium, Astronomiam Physicam, hoc est, totum hoc universum, mirabile Dei Omnipotentis opus, sphæram Mundi, & quidquid Physicum de astris, ac Cælestibus rebus observamus, & agnoscimus, vobis exponet. Porro mirabile hoc spectaculum, & liber mortalium oculis semper apertus, & phænomena illa, quæ hac parte exponimus, ita ad sui contemplationem, & cognitionem rapiunt mentem; ut esse homines litteris deditos, qui hæc studia a se ignorari patiantur, satis mirari non possim. Physicam particularem, hoc est, peculiares mundi partes, corpora, & corporum phænomena aggressurus, integrum corporum Systema, & descriptionem præmittere debebam. Hujusce partis ideam non melius, quam adjuncta illic præfatione, & argumenti lectione comparare vobis poteritis.

V. Volumen Hy-

A generali rerum systemate, & Cælestium cor-

corporum explicatione ad nostrum globum descendo, & Geographiam, atque Hydrographiam & Physicam vobis in quinto Volumine legendas propono. Si eorum nominum significationem, & ideam tenetis; opus non erit, ut hujusce argumenti amplitudinem, amœnitatem vobis commendem. Id unum dicere satis erit, una vos hac in parte lecturos expositam marium vastitatem, profunditatem, motus, fluxum & refluxum, salsedinem, lacuum & fontium originem, & peculiaria phænomena, veram magnitudinem terræ, hunc globum mathematice, & physice consideratum, hoc est, longitudinem, & latitudinem geographicas, climata, zonas, & cætera omnia Geographiæ phænomena, structuram terræ, montium & petrificatorum piscium, ostrearum, conchiliorum, in mediterraneis existentium originem, metallorum naturam, & similia plurima, quæ magnam partem historiæ naturalis componunt. Hydrographia, & Geographia Physica.

Duo alia insignia globi terrestris corpora Elementa vulgo nuncupata, Ignis scilicet, & Aer voluminis sexti argumentum existunt. Quæ sit ignis Elementaris, quæ impuri natura, qualiter producatur, & appareat, nutriatur, suffocetur, qua ratione diffundatur, & sit per omnem globum dispersus; varia ignis phænomena, effectus, vires, & frigoris naturam, atque Criterium, seu thermoscopia: plurimas aeris Elementaris proprietates, multiplicia phænomena, illius ad humanam vitam necessitatem, machinas ab aeris gravitate, & elaterio pendentes, aerem prout atmosphæram nostram componit, ac proinde omnia illa phænomena, mirabilia, & amœna, quæ diu, noctuque in aere observamus, atque infinita ejusdem naturæ effecta eo volumine tradimus. Hac etiam Physicæ parte recentissimum illud, atque proprium hujus sæculi argumentum, naturalem scilicet, atque Artificialem Electricitatem fusiori calamo expositum leges. VI. Volumen Pyrotechnia, & Aerometria Physica.

Ultima Physicæ pars Volumine septimo compre- VII. Volumen

hen-

Physica Viventium. *hensa quidquid ad vegetantia, & sensitiva pertinet, notionem scilicet viventium, naturam, originem, propagationem, folia, fructus, species aliquas, & analysim plantarum expendet: disputationes deinde illas famosas de brutorum animabus, ortu, origine; humani corporis anatomen, sanguinis circulationem, respirationem, functiones sensuum, & hinc Opticam Physicam, in qua tot mirabilia phænomena exponuntur, Physicam Lucis, & Colorum, & innumera alia ad has disputationes, corpusque, & humanam animam spectantia continet, quorum ignoratio ratiocinantem hominem penitus dedecet.*

En integrum, absolutumque Philosophiæ naturalis cursum; opus scilicet, in quo ad exitum perducendo, si verum vobis fatear, Adolescentes optimi, ita sæpe animum despondi, ut quot fuerant a me conscripta non semel igni mandare decreverim. Nam mathematicas quamvis ego disciplinas, historiam naturalem, & Philosophiam non parum semper amarem, & pro tenuitate mea colerem, ex aliaque parte a libris fere nunquam, nisi invitus recedam; ea tamen est rerum difficultas, immensaque fere argumenti extensio, ea rerum eruditio, tot, & tales disciplinæ in eo requiruntur, qui Philosophiam hodie scribere velit, ut animum quemcunque, audaciam, & scribendi pruritum hebetare, & frangere possint. Eos igitur Philosophos, aut sciolos (qui plurimi sunt) satis mirari non poteritis, qui cum fere omnia modo indicata, & tot præterea mathematicos tractatus, Philosophiæ naturalis Elementa, eamque magna ex parte componentes, tot historiæ naturalis monumenta, & innumera Philosophorum tum Veterum, tum Recentiorum systemata ignorent, nihilominus tamen nullo negotio scientiam naturalem a se conscribendam fore, audacis ignorantiæ tono in triviis dictitant. Hi sunt Heroes illi Domini Cervantes, *qui licet ne chartam quidem geogra-*

graphicam viderint unquam, mentali tamen idearum conflictu intra postmeridianam horam mille gigantes, & prælia, totumque Romanum, aut Turcicum imperium debellant. Sed quid ego ad insectandum hujusmodi Philosophos abripi mentes vestras diutius sinam, cum ad rem potius nostram illas ultimo convertere necesse sit?

Habetis igitur, studiosi adolescentes, confusam quamdam, & brevissimam dicati vobis operis ideam, ac tabulam: in tanta rerum varietate neque nihil novum, neque scita jam & communia vulgari semper methodo tractata invenietis. Quam ego methodum elegerim, quave ratione omnia ordinarim, & exemplis, phænomenis, annotationibus ornare sim conatus, in Generalis Physicæ præfatione vobis expono. Atque hæc illa sunt Philosophica opera, quæ ego vobis in Lusitania adhuc degens promiseram. Fidem meam, quam civis vester dederam, factus jam cosmopolita liberavi. Ita sane singulari humana providentia factum, ut qui genio, & indole Philosophus, & cosmopolita fuerat a natura comparatus, id etiam nominis aut characteris humana lege illi contigerit. Plurima alia supersunt Philosophiæ argumenta, nobilissima illa quidem, atque hac nostra ætate summo pretio jure merito habita, Ars Critica, seu Philosophia mentis, Metaphysica, seu Theologia naturalis, Ethica, seu Philosophia morum, quæ ego etiam mente conceperam, quin illa vobis conceptis verbis promitterem, aut intra vos agens aggrederer: hæc etiam opera eadem manu, & calamo scripta, partim jam typis edita habetis, partim vero diuturno tempore non desiderabitis. Si postrema hæc naturali Philosophiæ apponere vobis placeat; tum vero has omnes scientias, amplissimam totius humanæ eruditionis partem in unum quasi corpus collectas habebitis: sin alia præ aliis comparare, atque apud vos habere statuatis; liberum id etiam unicuique ve-

strum

strum relinquitur. Alia erant, quæ vobis in Lusitania paraveram; quoniam tamen illa, in ea quam scitis, rerum Catastrophe servari, & mecum adduci non potuere; a me vobis etiam offerri amplius non possunt. Si me tandem præsenti hoc munere vos demerere, & pristinam vestrum erga me benevolentiam confirmare eveniat; illud solummodo, quo uno gratia mihi rependi, & haberi cupio, a vobis expecto, & exigo, ut & me superis impense commendetis, & omnia hæc in vestrum, & commune vestræ Patriæ beneficium convertere, & in Deum tandem referre studeatis. Valete.

Dabam Ferrariæ Februarii mensis die 28. an. 1761.

Monteiro Soc. Jesu.

PRÆ-

PRÆFATIO
AD
GEOMETRIAM.

SI quis adhuc eſſet in noſtra hac ætate, & in tanta ſcientiarum luce philoſophus, qui etiamnum Philoſophiam ſe ſe aſſequi poſſe, inſalutata Geometria, exiſtimaret; is equidem inter Lappones, aut Siberios natus, vel in obſcuriſſimo orbis angulo educatus mihi eſſe videretur. Ea enim jam elapſa ſunt ferrea ſæcula, & miſerabilis ignorantiæ tempora, quibus adoleſcentes ad Philoſophiam addiſcendam admiſſi philoſophicum ſtadium abſolvebant, quin tamen Geometriam vel a limine ſalutaſſent, aut Euclidis nomen aliquando audiviſſent. Dandum id eſt eorum temporum ignorantiæ, & corrupto philoſophorum Arabum palato, qui ſterilibus ſubtilitatibus tantummodo addicti, prætermiſſo naturæ ſtudio philoſophiam in philoſophia deſiderabant: nec aliud a Scholis reportabant præter entia rationis, & chimæras, otioſæ mentis deliria, quibus ſane addiſcendis, & comparandis nulla opus eſt Geometria. Hac tamen, qua vivimus, ætate alia plane eſt rerum facies, aliamque philoſophiam colimus: Phyſicam ſcilicet adſpectabilis hujuſce mundi fabricam, naturam, phænomena, & mille id genus alia, quæ ut a Deo ſine pondere, & menſura non ſunt conſtituta, ita & ab humano intellectu Geometria penitus deſtituto intelligi omnino non poſſunt. Clariora hæc ſunt, quam ut in iis ſuadendis immorari operæ pretium exiſtimem. Si cui ſupereſſet de hujuſmodi veritate dubium; periculo facto ſibi ipſi doctor exiſtat: Phyſicam ille noſtram geometricis non inſtructus aggrediatur, tum vero paſſim ſe ſe hærere impatienter ferens, triſti jam experimento edoctus ad rei caput, ad Geometriam quaſi ad incepti itineris ducem regredietur.

Nul-

Nullus sane jam est, qui mirabilem hujusce mundi fabricam, magnitudinem, figuram, Sphæram mundanam, multiplices ipsiusmet Sphæræ, & astrorum revolutiones, constantes motuum leges, mechanicam innumerarum fere caussarum dispositionem, & agendi rationem, periodicos aquarum fluxus, milleque alia phænomena statis temporibus reverténtia attente perpendat, & intueatur, quin statim sibi persuadeat, omnia isthæc, hodiernam scilicet Physicam sine Geometria percipi omnino non posse: Geometriamque unicam esse portam, per quam tentari debeat ad Philosophiam aditus. Inde vero est, quod non pauci philosophi, qui a Cartesio, nobili illo scientiarum, & artium instauratore, ad nostra hæc usque tempora Physicam in tyronum gratiam conscripsere, Geometriæ elementa Physicis disputationibus præmiserunt; in iisque Lectorem apprime instructum esse volunt. Laudabile ego eorum scriptorum exemplum amplexus, ad meas Physicas lectiones, seu cursum Physicum lectionibus digestum, Geometriæ Elementis præludo: ad eaque identidem in lectionibus Physicis Lectorem, quasi ad operis totius fundamentum, remitto. Cum igitur in demonstratione quacumque, aut physica phænomeni explicatione Geometriam cito; hæc ego elementa semper intelligo. Novum tamen opus modo non profero; sed potius Elementa Geometriæ, quæ inter Elementa Mathematica vernaculo idiomate typis olim mandavi, in latinum sermonem infideliter transfero; licet multa omiserim, ut tyronum fastidium, quantum in me est, sublevarem. Ejus rei gratia longiores demonstrationes, theoremata valde sublimia, & minus necessaria, notas & stylum analyticum studiose cvito: Longo enim experimento, & rerum usu compertum habeo, hæc omnia tyronibus impedimento esse, eorum animos frangere, ardorem hebetare, ab hisce studiis deterrere, & prorsus avertere. Sunt scilicet Elementa Geometriæ necessaria ad Philosophiam via, & percurrenda omnino semita, qua ad Physicam, velut ad itineris terminum, & metam contendimus: at sæpissime fit, ut viarum longitudo, difficultas, asperitas nos penitus deterreant, & una caussa sint,

ne

ne pulcherrimas regiones, provincias, civitates, & id genus alia invisamus. Id ipsum tyrones in adeunda Physica, amænissima proculdubio regione, ob Geometriæ difficultatem, aut extensionem experiuntur: citra dubium enim est, omnium fere hominum, & teneros maxime juvenum animos, qui sensibilium objectorum oblectamentis, & imaginibus maxime delectantur, ad paginam algebraicis characteribus plane conscriptam exhorrescere, neque nisi difficulter adduci, ut Geometriam, abstractas scilicet veritates, a sensuum judicio penitus remotas ament, & avide legant. In iis igitur Elementis ea solum, qua potui brevitate, proposui, & demonstravi, quæ tyronibus omnino sufficerent, & necessaria essent. Plurima alia, quæ hoc loco dicenda forent, in generali Physicarum lectionum præfatione, & in historiæ Philosophicæ Synopsi reperientur.

Paucis solummodo monitis præsens argumentum absolvam: *primum*: Licet maxima theorematum pars, quæ in hisce Elementis demonstratur, ab *Euclidis* libris desumpta sit; ad *Euclidis* tamen demonstrationes non multum attendo, illiusque methodum, & propositionum ordinem penitus deserui, & immutavi: dudum enim Recentiores Geometræ Euclidis methodum non uno de capite notarunt, aliaque via Geometriam Elementarem tradiderunt. *Secundum*: Tyrones ego in vulgari Arithmetica, seu quatuor calculorum speciebus instructos esse velim, antequam nostra hæc Elementa, & Physicas lectiones capessant; cum in iis Arithmeticæ calculos passim adhibeam. Ad Algebram quod attinet, cum ab illa in studiosæ juventutis gratiam in Geometria semper abstineam; omnemque Physicam familiari dicendi genere ubique explicem; vulgares solummodo additionis, subtractionis, divisionis, & multiplicationis notas non ignorare satis erit: crucem scilicet inter quascunque magnitudines $A + B$ positam, earum magnitudinum additionem significare: lineolam — inter magnitudines in eadem linea scriptas $A - B$ subtractionem; eamdem lineolam inter magnitudines superius, inferiusque scriptas $\frac{A}{B}$ divisionem; litteram $\times$ magnitudinum, inter quas ho-

horizontaliter inversa scribitur, multiplicationem: duas tandem lineolas parallele ductas inter rationes, aut magnitudines A = B: B = C., earum rationum, aut magnitudinum æqualitatem indicare agnoscant.

Generalia quædam theoremata ex 5.o Euclidis libro desumpta, & a me ante primum Elementum proposita, eo consilio nullis adhibitis figuris demonstro, ut scilicet mens nullis peculiaribus figuris distracta, eas veritates omnem magnitudinem spectantes ad quamcunque etiam magnitudinem extendere assuescat. Elementa hæc nullo interposito Problemate primum demonstravi, tyronum genio, & patientiæ consulens: Cum enim ad Physicam tantummodo capiendam ista ediscant, ad idque assequendum theoreticarum veritatum cognitio satis sit; impatienter ferrent interjectis se passim problematibus detineri, & implicari. Quoniam tamen plures essent, qui communia hæc, & utilia problemata agnoscere, & resolvere vellent; non pauca ad operis calcem simul proposui, & demonstravi: ea tamen tyrones ad Physicam properantes pro libito suo possunt omittere.

Hæc ego Elementa omnibus iis solummodo lectoribus conscripsi, qui rigidæ & sublimiori Mathesi dare operam nolentes, ad latissimos tantum Physicæ campos, & amænissimas alias scientias naturales, & artes properant, easque potissimum colere, & ediscere malunt. Qui tamen non naturales solum, & amænas artes, & scientias amant, sed Mathesi etiam operam dare desiderant; iis ego auctor fuerim, 1.o ut Geometriam Elementarem Euclidæa methodo ediscant; cum usus semper inter Mathematicos obtinuerit Elementa illa juxta Euclidis ordinem citare: 2.o ut inter quamplurimos Euclidis commentatores elementa P. *Andreæ Tacquet*, nobilis, concinni, & accuratissimi Geometræ, aut P. *Dechalles* a Domino *Ozanam* edita, & illustrata aliis omnibus præferant: primus vero ex his brevitate, profunditate & elegantia, secundus claritate potissimum æstimari debet. Et licet *Vuisthon* pulchra commentatione Elementa *Tacquet* illustraverit, ampliora, & clariora reddiderit; ego ta-

tamen ingenioso, & curioso Lectori nudum ipsum Tacqueti opus suaderem. Tyrones tandem, quibus omnes rigorosæ demonstrationes nauseant, Elementa *Clairaut* arripiant; qui mira perspicuitate nauseantem lectorem in Geometriam introducit; eo tamen animo legant *Clairaut*, ut ab eo postea ad rigidam Geometriam gradum faciant.

Luculentissimis experimentis compertum habeo, quantum adolescentes in tenera illa ætate, qua Philosophiæ studia aggrediuntur, universales, & aridas Geometriæ veritates, atque demonstrationes a sensu penitus remotas ut plurimum fastidiant: nulloque alio vel magis delectari, vel efficacius ad hæc studia allici posse, quam si demonstrandæ veritates, etsi universales sint, sub quarumdam sensibilium rerum imaginibus iis proponantur. Alia etiam ex parte dum tyrones Philosophi Geometricis veritatibus, & demonstrationibus student, iisque vel detinentur, vel irretiuntur, neque satis habent compertum, quo tandem illæ evadant; nihil iis magis solemne, quam impatienter a se, aut ab aliis quærere, ad quid scilicet molestæ illæ propositiones inserviant? Quid hæc ad Physicam? Ea propter singulas universales & maxime abstractas propositiones (quales sunt omnes ante primum Elementum positæ) sensibilibus & familiaribus exemplis amænas efficere; earumque præterea, & sequentium propositionum futuros in Physicis rebus usus, & necessitatem singulis subjungere in animo habueram.

Augeretur tamen Elementorum moles, aliud juvenilis curiositatis terriculamentum: utrumque evitabimus scopulum, si illos iterum, iterumque moneamus, ut, dum has & similes propositiones legunt, *si A est ad B, ut C ad D; etiam A erit ad C, ut B ad D*; nominibus, seu litteris A B C D &c. res sibi maxime familiares, notas, & sensibiles significent, & intelligant: v. gr. A *cibum*, B *potum*, C *tempus studendi*, D *tempus deambulandi*: atque ita propositio rei sensibili applicata; *si cibus A est ad potum B, ut tempus studendi C est ad tempus deambulandi D; etiam cibus A erit ad tempus studendi C, ut potus B ad tempus deambulandi D*, nihil ariditatis habebit.

Eadem ratione ſimiles alias propoſitiones ad res ſenſibiles applicabis.

Monendi etiam ſunt tyrones, ut quintum Elementum intermittant, ſi velint, quoad *Sphæram*, *Aſtronomiam Phyſicam*, & *Geographiam* aggrediantur.



DIS-

DISSERTATIO PRÆVIA.

De Natura, seu notione, objecto, origine, progressu, præsenti statu, divisione, & methodo Geometriæ.

§. I.

Geometriæ notio, & origo.

GEometria, si nominis etymon attendatur, nihil est aliud, quam *Scientia, & Ars terram, & campos dimetiendi*. Hoc scilicet nomine præcepta illa, regulas, & theoremata appellarunt Græci, quæ pro distinguendis, & dimetiendis agris Ægyptii invenerant, & in usu adhibebant. Communi tamen acceptione alii modo sunt hujus scientiæ fines, & longe capacius objectum. Primitivo nomine servato alia jam idea, & significatio respondet. Non ad tellurem tantum, sed ad quamcunque magnitudinem extenditur Geometria: illaque est scientia & Ars, quæ mensuram, & proportionem quarumcunque magnitudinum, seu quantitatum, quæ augeri, & minui possunt, demonstrando investigat.

Est igitur Geometria scientia mensuræ, & proportionis quantitatum. Quantitatis nomen est in variis scientiis æquivocum: eo nos impræsentiarum significamus quidquid habet partes, & quidquid augmentum, ac diminutionem habere potest.

Objectum ergo Geometriæ sunt puncta, lineæ, superficies, corpora, tempus, motus, velocitas, impetus, spatium, & quæcunque alia magnitudo. De hisce autem rebus plures aliæ Artes, & scientiæ tractant, v. gr. Physica, quæ fusissime, & tamquam de objecto proprio, de corpore, spatio, & motu

disputat: Geometria tamen a Physica, atque ab aliis Artibus multiplici capite distinguitur: primo quidem ratione, & methodo: Secundo vero, & præcipue, quia Geometria ad mensuram solummodo, ac proportionem magnitudinum attendit, quin earum naturam Physicam, phænomena, existentiam consideret, aut in iis immoretur: Physica vero tota est circa corporum, & cæterarum quantitatum naturam veram, seu notionem, elementa, existentiam, effectus, & proprietates expendendas. Quod si aliquando (ut fieri sæpe opus est) effectum, seu caussarum mensuram, & proportiones aggrediatur Physica; Geometriæ partes sibi assumit, Physicusque Geometram etiam agit.

Hinc vero duo isthæc facile, & sponte fluunt: primum, Neminem omnino Physicum esse posse, si Geometriam saltem mediocriter non calleat: innumera siquidem in Physica tractantur, & exponuntur phænomena effectus, & caussæ, quorum notio, & explicatio a figura, mensura, magnitudine, & proportione penitus dependet, iisque omnino innititur, ut Physicam generalem, & particularem evolventi fiet manifestum: in iis igitur intelligendis, explicandis, tradendis hærere opus est, qui scientiam mensuræ, & proportionis quantitatum ignoret.

Secundum; Geometriam esse scientiam penitus idealem, cujus objectum, si rigorose loquamur, non existit in natura, sed in idea solummodo Geometrarum. Hi scilicet nihil de punctorum, linearum, superficierum, corporum, & reliquarum magnitudinum existentia solliciti, earum rerum ideas assumunt, considerant, easque diverse tractando per synthesim, per analysim, per genesim, & combinationem mirabile, illud scientiæ corpus, atque veritatum, & propositionum ordinem, ac artificium componunt, quod Geometriam nuncupamus.

Etsi igitur puncta, lineas, superficies, cor-

po-

pora, qualia ponit, ac in idea concipit Geometra, in natura existere negaretur, & si nulla materialis quantitas, nihil extensum, aut materiale existeret, unæque essent cogitantes animæ; nihilominus tamen Geometra parum hæc attendens, res suas aget, ideas definiet, axiomata, & postulata ponet: propositiones demonstrabit, & scientiam componet. Uno verbo, qualiacunque sint vera elementa corporum, sint necne corpora ipsa; suas sibi ideas statuit Geometra: idealia sibi puncta, lineas, superficies, corpora definit: de idealibus hujusmodi punctis, lineis, superficiebus, corporibus, quæ ille sibi clara mente componit, theoremata demonstrat, totamque iis Geometriam, mirabilem illam scientiam, atque veritatem a veritatibus deductionem superstruit.

Geometria igitur, quæ, dum in statu ideali sistit, est pura & rigorosa scientia, corporibus, & rebus aliis Physicis, qualia in natura existunt, applicata per approximationem, ut inquiunt, solum vera est: prout scilicet res, & Elementa *vera* corporum naturalium magis vel minus ad Geometrarum ideas accedunt, regulæ ipsæ & propositiones Geometricæ ab eorum ideis unice pendentes, deductæ, & applicatæ magis etiam vel minus a veritate deflectunt, aut removentur. Fatendum tamen est, errorem hunc nunquam esse sensibilem, si recte applicentur regulæ.

§. I I.

Origo Geometriæ, & prima illius epocha, atque ætas.

FUisse olim Ægyptum nativum Geometriæ solum, communis est eruditorum opinio, & sensus: primamque illius originem Ægyptio-

ptiorum ambitioni deberi suspicantur nonnulli. Cum enim, inquiunt, vastissimas illius regni planities, & provincias statis, & quasi periodicis temporibus Nilus quotannis inundaret, eaque propter prædiorum limites, ac divisiones tolleret, atque confunderet; ut communi malo remedium aliquod adhiberetur, regulæ quædam, canones, theoremata, & problemata excogitata, & inventa sunt ab Ægyptiis, quibus agrorum magnitudines, limites, divisiones, & figuræ recte statuerentur, & inter ipsas inundationes ab omni confusione servarentur immunes. Utrum vero prima illa, & rudia Geometriæ lineamenta Abrahamus ab Ægyptiis primum acceperit, atque didicerit, an ea potius a Chaldæis inventa simul, aut prius fuerint: res est nobis prorsus ignota. Id unum hodie constat, *Thaletem* Milesium, primum illum, & nobilem Græcæ eruditionis parentem, atque sectæ Jonicæ Principem, postquam Ægyptum scientiarum caussa adiisset, illicque per longa tempora fuisset commoratus, in patriam reducem una secum informem illam, & imperfectissimam Geometriam attulisse, quam deinceps Græcos suos docuit (1).

(1) Annis ante Christum fere 600.

Thales vero, & alii Græci, homines quidem ad promovendas scientias nati, adeo Geometriam amarunt, eoque scientiam illam propriis meditationibus, & inventis adduxerunt, ut primi illius parentes jure merito dici possint. Thales, inquam, usualibus illis Ægyptiorum regulis non contentus ad prima Geometriæ Elementa theoretica, & fundamentalia invenienda animum, & ingenii vires intendit, cujus meditationibus debemus inter alias propositionem 2. 3. 4. 5. libri quarti, & 32. tertii.

Pythagoras, aliud Græciæ lumen, Thaletis exemplo incitatus Geometriæ operam navavit, Ægyptios audivit, genioque suo relictus rem Geometricam multo longius promovit, quam Thales, & Ægyptii Sacerdotes: in-

inter alias enim duo illa celeberrima, & famosa theoremata, uberrimos totius Geometriæ fontes, propositiones nimirum 32, & 47 primi *Euclidis*, invenit, & demonstravit (1). Illi etiam debentur propositiones 44, & 48 ejusdem libri. Minime latuit Pythagoram quale inventum esset propositio 47 libri primi, & qualia, quantaque ab eo theoremate deduci possent, & futuro tempore deducerentur; eaque propter illo theoremate invento, lætitia suffusus centum boves Musis mactasse dicitur.

(1) Annis 550 A.C.

Post Pythagoram *Anaxagoras* Clazomenius, *Ænopides* 12. & 23. primi Euclidis inventor (si *Proclum* audiamus), *Briso*, & *Antipho* floruere, Geometriam coluerunt, & diligentissime pro circuli quadratura laborarunt.

Hyppocrates Chius, primum quidem mercator, deinceps vero Philosophus, & Geographus egregius Geometriam a Pythagora acceptam ulterius promovit: quadraturam lunulæ primus invenit, & demonstravit; ad circularem etiam detegendam nullis curis pepercit: qua tandem ratione cubi duplicatio quærenda esset, aperuit: primus præterea fuit, qui Geometrica inventa ad id usque temporis cognita scripserit (2).

(2) Annis 430 A.C.

Paucis post annis Geometriam certatim, atque summa aviditate coluerunt prima Græciæ lumina *Democritus*, *Plato*, *Architas* Tarentinus, qui Geometriam ad artes Mechanicas applicavit, & rationem docuit, qua duæ mediæ proportionales invenirentur ad duplicationem cubi necessariæ (3). *Neocles* Leon, qui primus omnium problema solubile ab insolubili distinguere, & dignoscere docuit, ac præterea Geometriam ab aliis inventam non parum promovit, & scriptis mandavit. *Aristeus*, *Geminus*, cui Cyssoidis, & Conchoidis genesim, & descriptionem debemus.

(3) Annis 390 A.C.

Eudoxius Cnidius, totius libri quinti Euclidis auctor, & primus inventor secundum plurimorum sententiam: plures item alii cum

Pythagoræ, tum etiam Platonis discipuli, inter quos potissimum numerantur *Amyclas*, *Dynostratus*, *Menechmus* Sectionum Conicarum primus inventor, *Theudius*, *Hermotimus*, *Xenocrates*, *Aristoteles* (1): postea vero *Theophrastus* insignis Peripateticus; ac tandem *Eudemus* primus historiæ Matheseos Scriptor.

(1) Annis 350. A.C.

§. III.

Geometriæ progressus, aurea illius ætas, & Epocha.

POst relatos hactenus viros, qui incultum antea solum primum exercentes elementaria tantummodo Geometriæ fundamenta jecerant, floruit *Euclides* Megarensis, seu ut alii volunt, Alexandrinus (2), homo quidem peculiari genio ad sublimiores scientias tractandum, & novis inventis illustrandum natus, qui omnia ab aliis Geometris reperta, ac demonstrata in ordinem redigens, plurima vero de suo addens, celeberrima illa Geometriæ Elementa Euclidis nomine notissima composuit, quæ post duo, & amplius annorum millia primum adhuc servant ordinem, & existimationis gradum. Operis præstantiam vel ex eo agnoveris, quod in iis libris ea fundamenta universæ matheseos eo ordine posuerit, & rigorose demonstraverit, quæ omnis posteritas, & Mathematicorum natio calculis suis comprobaverit. Alia, si Pappo credimus, composuit Euclides, quæ tamen temporum injuria perierunt. Hæc igitur prima nobis est aurea Geometriæ Epocha, & adulta jam ætas; cum ad ea usque tempora infantiæ limites non fuerit egressa.

(2) Annis 354. A.C.

Post Euclidem in scænam prodiit *Eratosthenes*, atque *Archimedes* (3). Prioris scripta fere omnia perierunt; pauca tamen illa, quæ alii

(3) Annis 220. A.C.

alii nobis de Eratosthene referunt, & servarunt, auctoris nomen apud veteres jure merito celebratum fuisse demonstrant.

Archimedem cum nomino (ut verbis Patris *Tacquet* sensum etiam meum exprimam) *apicem quemdam humanæ subtilitatis animo concipio* (a); eo scilicet rem Geometricam perduxit Archimedes proprii solummodo cerebri nervos intendens, atque iter non antea calcatum pura Synthesi explorans, ut ægre comprehendere, & persuadere sibi possint Recentiores Geometræ, humanum ingenium in sublime adeo ascendere potuisse citra analyticum calculum, quem aliunde notum Archimedi fuisse non constat. Ego sane, cum sphæram, & singularia alia illius Geometræ inventa legendo meditabar, in extasim quasi raptus, Archimedem eo attigisse demirabar, quo nullus postea mortalium pervenit.

Conon Archimedi coævus, magno in pretio apud ipsum habitus, optime etiam de Geometria, immo & de Astronomia meruit.

Duos hosce Geometras, paucis interfluxis annis, excepit *Appollonius* Pergæus (1), alterum Geometriæ lumen, immo & Geometra vulgo nuncupatus, cui sectiones conicas, 8 libris comprehensas debemus.

(1) Annis 180. A.C.

Hypparchus (2) & *Menelaus*, qui Appollonium subsecuti sunt, docte, & subtiliter de lineis circulo inscriptis cogitarunt, & scripsere, quo præclarum sibi nomen inter mathematicos fecerunt.

(2) Annis 162. P.C.

Prædictum Geometrarum agmen exceperunt *Claudius Ptolomæus* Astronomorum Princeps, & scientiarum sua ætate quasi prodigium habitus (3); *Diophantus* Alexandrinus, primus Algebræ Parens, qui in Arithmetica cum sibi

(3) Annis 130. P.C.

(a) *In narratione Histor. Elementis præfixa.*

bi honorem vindicavit, ac nomen, quod in Geometria Euclides; *Eutocius* Ascalonita; *Ctesibius* Alexandrinus Anthliarum, & similium
(1) Annis machinarum inventor (1); *Theon* Alexandri-
300 ad 400 nus Geometra *Hypatiæ* parens; *Pappus* etiam
P. C. Alexandrinus: *Geminus* Rhodius; *Phylo* Thyanæus: *Diocles*, *Nicomedes*; *Hero*; *Proclus*, qui Vitalliani classem Constantinopolim obsiden-
(2) Annis tem speculis ustoriis inflammavit (2).
510 P.C. Ab eo tempore Geometria aliarum artium, & scientiarum sortem secuta, barbarie, & ignorantia per Europam grassante, coli, atque amari desiit; oblivionique tradita per longa sæcula jacuit: & si quis aliquando aut alicubi terrarum fuit, qui longo illo mille fere annorum spatio Geometriæ operam navaverit; is neque sibi, neque Geometriæ nomen, aut honorem faciebat, neque illam in pristinum splendorem restituebat.

§. IV.

Nova Geometriæ facies, Epocha, & Instauratio.

SÆculum 16, ab anno 1500 ad 1600, immo & ad 1650 dici quodammodo potest humanæ eruditionis Epocha, atque aurea doctissimorum hominum ætas. Ea scilicet annorum periodo nobile illud litteratorum hominum agmen extitisse videmus, quorum eruditionem ventura sæcula demirabuntur: Et licet in aliquibus scientiis, & artibus colendis a recta semita, aureis, & prudentibus antiquorum regulis deflecterent; quod tamen eruditionem spectat, antecedentia sæcula, & qui postea fluxerunt, annos meo saltem judicio superarunt.

Ab singulari illa tantorum hominum eruditione, genio, atque sciendi pruritu is fructus,

ctus, & commune beneficium derivatum est, ut scientiæ, & artes majori ex parte instauratæ, insigniter auctæ, ac in meliorem formam redactæ fuerint. Dum enim nobili ardore sciendi quidquid veteres invenerunt, & tradidere, omnes eorum libros evolvunt, legunt, commentationibus illustrant, & in lucem publicam producunt, ac restituunt; ad rectam veterum sapientum semitam, regulas, & præcepta sensim regrediuntur: & novum etiam scientias promovendi iter, ac rationem felicibus conatibus excogitarunt, atque ex parte invenerunt. Unde factum est, ut & antiqua iterum sciremus, & nova antiquis adjungerentur. Commune hoc scientiarum beneficium peculiari modo in Geometria locum habuit: ex una enim parte argumenti vastitas, & immensa amplitudo; ex alia vero humani ingenii capacitas, & indoles, duo illi sunt fœcundissimi fontes, ac principia, ex quibus nova semper inventa sperare licet.

Inter alios, qui ad Geometriam instaurandam, ac promovendam feliciter desudarunt, primum locum tenet *Renatus des-Cartes*, qui Algebram restituit, promovit, ad Geometriamque excolendam, ac perficiendam primus adhibuit: eoque pacto Geometriam non sola Synthesi, rigorosa illa antiquorum methodo, sed via etiam analytica tractandam esse feliciter docuit. Plurima siquidem per analysim in Geometria detegimus, quæ sola synthesi inveniri non poterant. Geometriam præterea magnopere promoverunt insignes alii Geometræ Cartesio pares, coævi, aut parum ab illius ætate remoti *Christophorus Clavius*, *Tacquet*; *Vallisius*, *Gregorius a S. Vincentio*; *Isaacus Nevvton*, *Leibnitius*, primi ordinis Geometræ; *Hospitalius*, uterque *Bernoulli*, *Huighens*, & plures alii qui hodie etiam nobilissimam hanc scientiam nova methodo excolunt.

Ex his tamen *Leibnitius*, & *Nevvton* non

sola

ſola finitorum analyſi, quam unam Carteſius ad Geometriam adhibuerat, contenti, analyſim Infinitorum invenerunt, eaque ad Geometriam applicata, ad ſublime quaſi ſubtilitatis faſtigium matheſim adduxerunt. Noſtra igitur hæc tempora jure merito nuncupare poſſumus auream alteram Geometriæ ætatem, in qua nobiliſſima hæc ſcientia florentiſſima iterum, ac ad priſtinam dignitatem, & honoris gradum reſtituta videtur.

§. V.

Geometriæ diviſio, & partes.

Ut diſſertationem breviſſimam in tyronum gratiam conſcriptam abſolvam, & ſupradictis lux affundatur; Geometriæ partes diſtinguendæ ſunt, & quas partes, qualive methodo antiqui, quas etiam recentiores præcipue tractaverint, paucis exponendum. Geometria in *Elementarem*, *Practicam*, & *Sublimem*, ſeu *Superiorem* dividi communiter ſolet.

Geometria Elementaris eſt illa hujus ſcientiæ pars, quæ prima, generalia, & ſimpliciora univerſæ matheſeos fundamenta ponit, ac demonſtrat; quæ ſcilicet de lineis rectis, & circularibus, de angulis, & triangulis rectilineis, & quibuſcunque aliis polygonis, & ſuperficiebus planis agit; de ſuperficiebus item, & corporibus tractat, quæ ab hiſce lineis, & figuris, ſeu ſuperficiebus generantur, qualia ſunt Pryſmata, Parallelepipeda, Cubi, Pyramides, Coni, Cylindri, Sphæra. Earum igitur linearum, ſuperficierum, & corporum menſuras, proportiones, proprietates, & generalem præterea proportionum doctrinam, & regulas demonſtrat, quibus Geometria practica, ac univerſa matheſis innititur.

Geo-

Geometriam Elementarem 8 libris comprehendit Euclides, in quorum primis sex de lineis, angulis, & superficiebus; in duobus aliis, qui undecimus, & duodecimus inscribuntur, de relatis corporibus agit. Istaque sunt, quæ Philosophiæ studiosis hoc loco tradimus; eo quidem ordine, quem aptiorem; iis prætereа omissis, quæ tyroni superflua esse existimavi. Nullus fortasse liber est, qui totidem habeat commentatores, atque Euclidis Elementa: quos aliis meo saltem judicio præferre debeat, qui studia fastidit, qui solam scientiam naturalem amat, qui Geometriam aggreditur, in præmissa hisce Elementis Præfatione indicavi.

Geometria practica ea est, quæ magnitudinum mensuram aggreditur, exequitur, & demonstrat. Ab Elementari penitus dependet; illiusque regulis innititur. Longitudines, altitudines, plana, seu superficies, corpora solida, & Telluris tandem massam, & superficiem juxta Elementaris Geometriæ regulas dimetitur; ab iisque diversis objectis in *Longimetriam*, *Altimetriam*, *Planimetriam*, *Stiriometriam*, & *Geodesiam* dividitur. Geometriæ practicæ operam daturus, aliquem ex his Scriptoribus eligat, *Dechales* (1), *Mallet*, *Ozanam*, *Clermont*, *Schevventer*, *Daudet*.

(1) Editio ne posthuma.

Geometria sublimis duas iterum partes comprehendit, quarum prima de sectionibus Conicis, Ellypsi, Parabola, corporibusque, & superficiebus ab his, & aliis similibus curvis genitis agit. Istam sublimis Geometriæ partem Appollonio primum debemus, Instaurationem Cartesio, Promotionem Gregorio a S. Vincentio, nitidam expositionem Domino de la Hyre, cujus librum de sectionibus conicis tyroni Geometræ consulerem. Docte etiam hanc partem illustrarunt *Barrovv*, *Viviani*, *Fermat*, *de l'Hopital*, & alii.

Ad eamdem Geometriæ superioris partem spectant etiam sphærica Theodosii tribus libris comprehensa, in quibus sphæræ sectiones con-

considerantur; & sphæricorum triangulorum proprietates: sectiones Cylindri a Sereno primum editæ, & quinque libri de eodem argumento a P. Tacquet compositi, illaque tandem, quæ Archimedes de Conoide, Spæroide, & quadratura Parabolæ conscripsit.

Secunda Geometriæ sublimis pars, quam sublimiorem Geometriam etiam vocant, nobile Recentiorum Geometrarum inventum, Analysim quantitatum infinite exiguarum, hoc est, *calculum differentialem*, & *integralem*, seu methodum fluxionum directam, & inversam comprehendit. Primus, qui hujusmodi infinitorum Analysim adumbravit, & prima illius lineamenta posuit, aliud forsitan agens, fuit Dominus Barrovv: duo tamen egregii Geometræ Nevvton, & Leibnitius eo rem perduxerunt, ut hujus calculi inventores primi habeantur. Plures sunt, qui post Nevvtonum, & Leibnitium de Analysi infinitorum scripserunt, eamque ulterius promoverunt, quos longum esset referre: ex iis eligere poterunt tyrones Geometræ *Maclaurin*, aut *Deidier*. Si quis tamen universam calculi doctrinam, & sublimiorem Geometriam analytice demonstratam ediscere amat; Institutiones analyticas P. *Riccati* sibi comparet, in quibus quidquid hactenus ad id argumenti spectans inventum fuit, expositum leget.

§. VI.

Geometriæ Methodus.

DUplici methodo utuntur Geometræ, Synthetica nimirum, & Analytica. Methodus Synthetica, seu compositionis illa est, quæ a principiis simplicibus positis faciles primum, & simplices veritates elicit, ab iisque prin-

principiis, & facilioribus veritatibus ad difficiliora semper, & magis composita gradatim ascendit, alia ex aliis per connexiones, & proportiones deducendo, consequentia per demonstrata antecedentia demonstrando, & quasi per scalam; cujus superiores gradus inferioribus semper innituntur, ad sublimes, atque altiores gradus, ac veritates ascendendo. Hæc igitur methodus est idcirco perfectissima, docendo, & discendo proprior, quam Analysis, atque humani intellectus genio accommodatissima; meritoque proinde doctrinæ methodus etiam nuncupatur. Humana scilicet ratio insito quodam lumine naturalem ordinem amat, & a facilioribus ad difficiliora duci, atque ascendere conatur. Qua tamen ratione Geometræ inventas veritates disponant, demonstrent, & quibus nominibus nuncupent, habes inferius.

Hac methodo antiqui omnes Geometræ rigidissimi demonstratores usi sunt; eaque una mirabili mentis conatu, & meditatione sublimes illas veritates invenerunt, quas in Euclide, Appollonio, & Archimede legimus.

Methodus Analytica inverso ordine procedit, atque Synthesis: Hæc enim partes partibus adjungit, ut totum componat, & componendo cognoscat: illa totum resolvit, ac dividit in partes, ut iis seorsim inspectis, & examinatis latentes in iis, & in toto proprietates, & veritates detegat, ipsiusque partes, & totum introspiciat. Plura alia de utraque methodo geometrica in hoc loco dicenda essent, nisi fuse rem in Logica expendissem.

Et hæc quidem de Geometria universim dicta sint: ut tamen ad Elementarem, & Euclidem regrediar: Euclides Synthetica, rigorosa, ac demonstrativa methodo semper procedit; nihilque in illo est, quod parallogysmum sapiat. Ejus libri, ac propositionum ordo, & numerus ab antiquis semper fuit religiose observatus: Cumque inde universa

ma-

Eadem ratione similes alias propositiones ad res sensibiles applicabis.

Monendi etiam sunt tyrones, ut quintum Elementum intermittant, si velint, quoad *Sphæram*, *Astronomiam*, *Physicam*, & *Geographiam* aggrediantur.



DISSERTATIO PRÆVIA.

De Natura, seu notione, objecto, origine, progressu, præsenti statu, divisione, & methodo Geometriæ.

§. I.

Geometriæ notio, & origo.

GEometria, si nominis etymon attendatur, nihil est aliud, quam *Scientia, & Ars terram, & campos dimetiendi*. Hoc scilicet nomine præcepta illa, regulas, & theoremata appellarunt Græci, quæ pro distinguendis, & dimetiendis agris Ægyptii invenerant, & in usu adhibebant. Communi tamen acceptione alii modo sunt hujus scientiæ fines, & longe capacius objectum. Primitivo nomini servato alia jam idea, & significatio respondet. Non ad tellurem tantum, sed ad quamcunque magnitudinem extenditur Geometria: illaque est scientia & Ars, quæ mensuram, & proportionem quarumcunque magnitudinum, seu quantitatum, quæ augeri, & minui possunt, demonstrando investigat.

Est igitur Geometria scientia mensuræ, & proportionis quantitatum. Quantitatis nomen est in variis scientiis æquivocum; eo nos impræsentiarum significamus quidquid habet partes, & quidquid augmentum, ac diminutionem habere potest.

Objectum ergo Geometriæ sunt puncta, lineæ, superficies, corpora, tempus, motus, velocitas, impetus, spatium, & quæcunque alia magnitudo. De hisce autem rebus plures aliæ Artes, & scientiæ tractant, v. gr. Physica, quæ fusissime, & tamquam de objecto proprio, de corpore, spatio, & motu

 di-

disputat: Geometria tamen a Physica, atque ab aliis Artibus multiplici capite distinguitur: primo quidem ratione, & methodo: Secundo vero, & præcipue, quia Geometria ad mensuram solummodo, ac proportionem magnitudinum attendit, quin earum naturam Physicam, phænomena, existentiam consideret, aut in iis immoretur: Physica vero tota est circa corporum, & cæterarum quantitatum naturam veram, seu notionem, elementa, existentiam, effectus, & proprietates expendendas. Quod si aliquando (ut fieri sæpe opus est) effectum, seu caussarum mensuram, & proportiones aggrediatur Physica; Geometriæ partes sibi assumit, Physicusque Geometram etiam agit.

Hinc vero duo isthæc facile, & sponte fluunt: primum, Neminem omnino Physicum esse posse, si Geometriam saltem mediocriter non calleat: innumera siquidem in Physica tractantur, & exponuntur phænomena effectus, & caussæ, quorum notio, & explicatio a figura, mensura, magnitudine, & proportione penitus dependet, iisque omnino innititur, ut Physicam generalem, & particularem evolventi fiet manifestum: in iis igitur intelligendis, explicandis, tradendis hærere opus est, qui scientiam mensuræ, & proportionis quantitatum ignoret.

Secundum; Geometriam esse scientiam penitus idealem, cujus objectum, si rigorose loquamur, non existit in natura, sed in idea solummodo Geometrarum. Hi scilicet nihil de punctorum, linearum, superficierum, corporum, & reliquarum magnitudinum existentia solliciti, earum rerum ideas assumunt, considerant, easque diverse tractando per synthesim, per analysim, per genesim, & combinationem mirabile, illud scientiæ corpus, atque veritatum, & propositionum ordinem, ac artificium componunt, quod Geometriam nuncupamus.

Etsi igitur puncta, lineas, superficies, corpo-

pora, qualia ponit, ac in idea concipit Geometra, in natura existere negaretur, & si nulla materialis quantitas, nihil extensum, aut materiale existeret, unæque essent cogitantes animæ; nihilominus tamen Geometra parum hæc attendens, res suas aget, ideas definiet, axiomata, & postulata ponet: propositiones demonstrabit, & scientiam componet. Uno verbo, qualiacunque sint vera elementa corporum, sint necne corpora ipsa; suas sibi ideas statuit Geometra: idealia sibi puncta, lineas, superficies, corpora definit: de idealibus hujusmodi punctis, lineis, superficiebus, corporibus, quæ ille sibi clara mente componit, theoremata demonstrat, totamque iis Geometriam, mirabilem illam scientiam, atque veritatem a veritatibus deductionem superstruit.

Geometria igitur, quæ, dum in statu ideali sistit, est pura & rigorosa scientia, corporibus, & rebus aliis Physicis, qualia in natura existunt, applicata per approximationem, ut inquiunt, solum vera est: prout scilicet res, & Elementa *vera* corporum naturalium magis vel minus ad Geometrarum ideas accedunt, regulæ ipsæ & propositiones Geometricæ ab eorum ideis unice pendentes, deductæ, & applicatæ magis etiam vel minus a veritate deflectunt, aut removentur. Fatendum tamen est, errorem hunc nunquam esse sensibilem, si recte applicentur regulæ.

§. II.

Origo Geometriæ, & prima illius epocha, atque ætas.

FUisse olim Ægyptum nativum Geometriæ solum, communis est eruditorum opinio, & sensus: primamque illius originem Ægyptio-

ptiorum ambitioni deberi suspicantur nonnulli. Cum enim, inquiunt, vastissimas illius regni planities, & provincias statis, & quasi periodicis temporibus Nilus quotannis inundaret, eaque propter prædiorum limites, ac divisiones tolleret, atque confunderet; ut communi malo remedium aliquod adhiberetur, regulæ quædam, canones, theoremata, & problemata excogitata, & inventa sunt ab Ægyptiis, quibus agrorum magnitudines, limites, divisiones, & figuræ recte statuerentur, & inter ipsas inundationes ab omni confusione servarentur immunes. Utrum vero prima illa, & rudia Geometriæ lineamenta Abrahamus ab Ægyptiis primum acceperit, atque didicerit, an ea potius a Chaldæis inventa simul, aut prius fuerint: res est nobis prorsus ignota. Id unum hodie constat, *Thaletem* Milesium, primum illum, & nobilem Græcæ eruditionis parentem, atque sectæ Jonicæ Principem, postquam Ægyptum scientiarum caussa adiisset, illicque per longa tempora fuisset commoratus, in patriam reducem una secum informem illam, & imperfectissimam Geometriam attulisse, quam deinceps Græcos suos docuit (1).

(1) Annis ante Christum fere 600.

Thales vero, & alii Græci, homines quidem ad promovendas scientias nati, adeo Geometriam amarunt, eoque scientiam illam propriis meditationibus, & inventis adduxerunt, ut primi illius parentes jure merito dici possint. Thales, inquam, usualibus illis Ægyptiorum regulis non contentus ad prima Geometriæ Elementa theoretica, & fundamentalia invenienda animum, & ingenii vires intendit, cujus meditationibus debemus inter alias propositionem 2. 3. 4. 5. libri quarti, & 32. tertii.

Pythagoras, aliud Græciæ lumen, Thaletis exemplo incitatus Geometriæ operam navavit, Ægyptios audivit, genioque suo relictus rem Geometricam multo longius promovit, quam Thales, & Ægyptii Sacerdotes:

in-

inter alias enim duo illa celeberrima, & famosa theoremata, uberrimos totius Geometriae fontes, propositiones nimirum 32, & 47 primi *Euclidis*, invenit, & demonstravit (1). Illi etiam debentur propositiones 44, & 48 ejusdem libri. Minime latuit Pythagoram quale inventum esset propositio 47 libri primi, & qualia, quantaque ab eo theoremate deduci possent, & futuro tempore deducerentur; eaque propter illo theoremate invento, laetitia suffusus centum boves Musis mactasse dicitur. (1) Annis 550 A.C.

Post Pythagoram *Anaxagoras* Clazomenius, *Ænopides* 12. & 23. primi Euclidis inventor (si *Proclum* audiamus), *Briso*, & *Antipho* floruere, Geometriam coluerunt, & diligentissime pro circuli quadratura laborarunt.

Hyppocrates Chius, primum quidem mercator, deinceps vero Philosophus, & Geographus egregius Geometriam a Pythagora acceptam ulterius promovit: quadraturam lunulae primus invenit, & demonstravit; ad circularem etiam detegendam nullis curis pepercit: qua tandem ratione cubi duplicatio quaerenda esset, aperuit: primus praeterea fuit, qui Geometrica inventa ad id usque temporis cognita scripserit (2). (2) Annis 430 A.C.

Paucis post annis Geometriam certatim atque summa aviditate coluerunt prima Graeciae lumina *Democritus*, *Plato*, *Architas* Tarentinus, qui Geometriam ad artes Mechanicas applicavit, & rationem docuit, qua duae mediae proportionales invenirentur ad duplicationem cubi necessariae (3), *Neocles* Leon, qui primus omnium problema solubile ab insolubili distinguere, & dignoscere docuit, ac praeterea Geometriam ab aliis inventam non parum promovit, & scriptis mandavit. *Aristeus*, *Geminus*, cui Cyssoidis, & Conchoidis genesim, & descriptionem debemus. (3) Annis 390 A.C.

Eudoxius Cnidius, totius libri quinti Euclidis auctor, & primus inventor secundum plurimorum sententiam: plures item alii cum

Pythagoræ, tum etiam Platonis discipuli, inter quos potissimum numerantur *Amyclas*, *Dynostratus*, *Menechmus* Sectionum Conicarum primus inventor, *Theudius*, *Hermotimus*, *Xenocrates*, *Aristoteles* (1): postea vero *Theophrastus* insignis Peripateticus; ac tandem *Eudemus* primus historiæ Matheseos Scriptor.

(1) Annis 350. A.C.

§. III.

Geometriæ progressus, aurea illius ætas, & Epocha.

POst relatos hactenus viros, qui incultum antea solum primum exercentes elementaria tantummodo Geometriæ fundamenta jecerant, floruit *Euclides* Megarensis, seu ut alii volunt, Alexandrinus (2), homo quidem peculiari genio ad sublimiores scientias tractandum, & novis inventis illustrandum natus, qui omnia ab aliis Geometris reperta, ac demonstrata in ordinem redigens, plurima vero de suo addens, celeberrima illa Geometriæ Elementa Euclidis nomine notissima composuit, quæ post duo, & amplius annorum millia primum adhuc servant ordinem, & existimationis gradum. Operis præstantiam vel ex eo agnoveris, quod in iis libris ea fundamenta universæ matheseos eo ordine posuerit, & rigorose demonstraverit, quæ omnis posteritas, & Mathematicorum natio calculis suis comprobaverit. Alia, si Pappo credimus, composuit Euclides, quæ tamen temporum injuria perierunt. Hæc igitur prima nobis est aurea Geometriæ Epocha, & adulta jam ætas: cum ad ea usque tempora infantiæ limites non fuerit egressa.

(2) Annis 294. A.C.

Post Euclidem in scænam prodiit *Eratosthenes*, atque *Archimedes* (3). Prioris scripta fere omnia perierunt: pauca tamen illa, quæ alii

(3) Annis 220. A.C.

alii nobis de Eratosthene referunt, & servarunt, auctoris nomen apud veteres jure merito celebratum fuisse demonstrant.

Archimedem cum nomino (ut verbis Patris *Tacquet* sensum etiam meum exprimam) *apicem quemdam humanæ subtilitatis animo concipio* (a); eo scilicet rem Geometricam perduxit Archimedes proprii solummodo cerebri nervos intendens, atque iter non antea calcatum pura Synthesi explorans, ut ægre comprehendere, & persuadere sibi possint Recentiores Geometræ, humanum ingenium in sublime adeo ascendere potuisse citra analyticum calculum, quem aliunde notum Archimedi fuisse non constat. Ego sane, cum sphæram, & singularia alia illius Geometræ inventa legendo meditabar, in extasim quasi raptus, Archimedem eo attigisse demirabar, quo nullus postea mortalium pervenit.

Conon Archimedi coævus, magno in pretio apud ipsum habitus, optime etiam de Geometria, immo & de Astronomia meruit.

Duos hosce Geometras, paucis interfluxis annis, excepit *Appollonius* Pergæus (1), alterum Geometriæ lumen, immo & Geometra vulgo nuncupatus, cui sectiones conicas, 8 libris comprehensas debemus. (1) Annis 180. A.C.

Hypparchus (2) & *Menelaus*, qui Appollonium subsecuti sunt, docte, & subtiliter de lineis circulo inscriptis cogitarunt, & scripsere, quo præclarum sibi nomen inter mathematicos fecerunt. (2) Annis 162. P.C.

Prædictum Geometrarum agmen exceperunt *Claudius Ptolomæus* Astronomorum Princeps, & scientiarum sua ætate quasi prodigium habitus (3); *Diophantus* Alexandrinus, primus Algebræ Parens, qui in Arithmetica eum sibi (3) Annis 130. P.C.

(a) *In narratione Histor. Elementis præfixa.*

bi honorem vindicavit, ac nomen, quod in Geometria Euclides; *Eutocius* Ascalonita; *Ctesibius* Alexandrinus Anthliarum, & similium machinarum inventor (1); *Theon* Alexandrinus Geometra *Hypatiæ* parens; *Pappus* etiam Alexandrinus: *Geminus* Rhodius, *Phylo* Thyanæus: *Diocles*, *Nicomedes*; *Hero*; *Proclus*, qui Vitalliani classem Constantinopolim obsidentem speculis ustoriis inflammavit (2).

(1) Annis 300 ad 400 P. C.

(2) Annis 510 P. C.

Ab eo tempore Geometria aliarum artium, & scientiarum sortem secuta, barbarie, & ignorantia per Europam grassante, coli, atque amari desiit; oblivionique tradita per longa sæcula jacuit: & si quis aliquando aut alicubi terrarum fuit, qui longo illo mille fere annorum spatio Geometriæ operam navaverit; is neque sibi, neque Geometriæ nomen, aut honorem faciebat, neque illam in pristinum splendorem restituebat.

§. IV.

Nova Geometriæ facies, Epocha, & Instauratio.

SÆculum 16, ab anno 1500 ad 1600, immo & ad 1650 dici quodammodo potest humanæ eruditionis Epocha, atque aurea doctissimorum hominum ætas. Ea scilicet annorum periodo nobile illud litteratorum hominum agmen extitisse videmus, quorum eruditionem ventura sæcula demirabuntur: Et licet in aliquibus scientiis, & artibus colendis a recta semita, aureis, & prudentibus antiquorum regulis deflecterent; quod tamen eruditionem spectat, antecedentia sæcula, & qui postea fluxerunt, annos meo saltem judicio superarunt.

Ab singulari illa tantorum hominum eruditione, genio, atque sciendi pruritu is fructus,

ctus, & commune beneficium derivatum est, ut scientiæ, & artes majori ex parte instauratæ, insigniter auctæ, ac in meliorem formam redactæ fuerint. Dum enim nobili ardore sciendi quidquid veteres invenerunt, & tradidere, omnes eorum libros evolvunt, legunt, commentationibus illustrant, & in lucem publicam producunt, ac restituunt; ad rectam veterum sapientum semitam, regulas, & præcepta sensim regrediuntur: & novum etiam scientias promovendi iter, ac rationem felicibus conatibus excogitarunt, atque ex parte invenerunt. Unde factum est, ut & antiqua iterum sciremus, & nova antiquis adjungerentur. Commune hoc scientiarum beneficium peculiari modo in Geometria locum habuit: ex una enim parte argumenti vastitas, & immensa amplitudo; ex alia vero humani ingenii capacitas, & indoles, duo illi sunt fœcundissimi fontes, ac principia, ex quibus nova semper inventa sperare licet.

Inter alios, qui ad Geometriam instaurandam, ac promovendam feliciter desudarunt, primum locum tenet *Renatus des-Cartes*, qui Algebram restituit, promovit, ad Geometriamque excolendam, ac perficiendam primus adhibuit: eoque pacto Geometriam non sola Synthesi, rigorosa illa antiquorum methodo, sed via etiam analytica tractandam esse feliciter docuit. Plurima siquidem per analysim in Geometria detegimus, quæ sola synthesi inveniri non poterant. Geometriam præterea magnopere promoverunt insignes alii Geometræ Cartesio pares, coævi, aut parum ab illius ætate remoti *Christophorus Clavius*, *Tacquet*; *Vallisius*, *Gregorius a S. Vincentio*; *Isaacus Nevvton*, *Leibnitius*, primi ordinis Geometræ; *Hospitalius*, uterque *Bernoulli*, *Huighens*, & plures alii qui hodie etiam nobilissimam hanc scientiam nova methodo excolunt.

Ex his tamen *Leibnitius*, & *Nevvton* non sola

sola finitorum analysi, quam unam Cartesius ad Geometriam adhibuerat, contenti, analysim Infinitorum invenerunt, eaque ad Geometriam applicata, ad sublime quasi subtilitatis fastigium mathesim adduxerunt. Nostra igitur hæc tempora jure merito nuncupare possumus auream alteram Geometriæ ætatem, in qua nobilissima hæc scientia florentissima iterum, ac ad pristinam dignitatem, & honoris gradum restituta videtur.

§. V.

Geometriæ divisio, & partes.

UT dissertationem brevissimam in tyronum gratiam conscriptam absolvam, & supradictis lux affundatur; Geometriæ partes distinguendæ sunt, & quas partes, qualive methodo antiqui, quas etiam recentiores præcipue tractaverint, paucis exponendum. Geometria in *Elementarem*, *Practicam*, & *Sublimem*, seu *Superiorem* dividi communiter solet.

Geometria Elementaris est illa hujus scientiæ pars, quæ prima, generalia, & simpliciora universæ matheseos fundamenta ponit, ac demonstrat; quæ scilicet de lineis rectis, & circularibus, de angulis, & triangulis rectilineis, & quibuscunque aliis polygonis, & superficiebus planis agit; de superficiebus item, & corporibus tractat, quæ ab hisce lineis, & figuris, seu superficiebus generantur, qualia sunt Prysmata, Parallelepipeda, Cubi, Pyramides, Coni, Cylindri, Sphæra. Earum igitur linearum, superficierum, & corporum mensuras, proportiones, proprietates, & generalem præterea proportionum doctrinam, & regulas demonstrat, quibus Geometria practica, ac universa mathesis innititur.

Geo-

Geometriam Elementarem 8 libris comprehendit Euclides, in quorum primis sex de lineis, angulis, & superficiebus; in duobus aliis, qui undecimus, & duodecimus inscribuntur, de relatis corporibus agit. Istaque sunt, quæ Philosophiæ studiosis hoc loco tradimus; eo quidem ordine, quem aptiorem; iis prætererea omissis, quæ tyroni superflua esse existimavi. Nullus fortasse liber est, qui totidem habeat commentatores, atque Euclidis Elementa: quos aliis meo saltem judicio præferre debeat, qui studia fastidit, qui solam scientiam naturalem amat, qui Geometriam aggreditur, in præmissa hisce Elementis Præfatione indicavi.

Geometria practica ea est, quæ magnitudinum mensuram aegreditur, exequitur, & demonstrat. Ab Elementari penitus dependet; illiusque regulis innititur. Longitudines, altitudines, plana, seu superficies, corpora solida, & Telluris tandem massam, & superficiem juxta Elementaris Geometriæ regulas dimetitur; ab iisque diversis objectis in *Longimetriam*, *Altimetriam*, *Planimetriam*, *Stiriometriam*, & *Geodesiam* dividitur. Geometriæ practicæ operam daturus, aliquem ex his Scriptoribus eligat, *Dechales* (1), *Mallet*, *Ozanam*, *Clermont*, *Schevventer*, *Daudet*.

(1) Editione posthuma.

Geometria sublimis duas iterum partes comprehendit, quarum prima de sectionibus Conicis, Ellypsi, Parabola, corporibusque, & superficiebus ab his, & aliis similibus curvis genitis agit. Istam sublimis Geometriæ partem Appollonio primum debemus, Instaurationem Cartesio, Promotionem Gregorio a S. Vincentio, nitidam expositionem Domino de la Hyre, cujus librum de sectionibus conicis tyroni Geometræ consulerem. Docte etiam hanc partem illustrarunt *Barrovv*, *Viviani*, *Fermat*, *de l'Hopital*, & alii.

Ad eamdem Geometriæ superioris partem spectant etiam sphærica Theodosii tribus libris comprehensa, in quibus sphæræ sectiones con-

considerantur, & sphæricorum triangulorum proprietates; sectiones Cylindri a Sereno primum editæ, & quinque libri de eodem argumento a P. Tacquet compositi, illaque tandem, quæ Archimedes de Conoide, Spæroide, & quadratura Parabolæ conscripsit.

Secunda Geometriæ sublimis pars, quam sublimiorem Geometriam etiam vocant, nobile Recentiorum Geometrarum inventum, Analysim quantitatum infinite exiguarum, hoc est, *calculum differentialem*, & *integralem*, seu methodum fluxionum directam, & inversam comprehendit. Primus, qui hujusmodi infinitorum Analysim adumbravit, & prima illius lineamenta posuit, aliud forsitan agens, fuit Dominus Barrovv: duo tamen egregii Geometræ Nevvton, & Leibnitius eo rem perduxerunt, ut hujus calculi inventores primi habeantur. Plures sunt, qui post Nevvtonum, & Leibnitium de Analysi infinitorum scripserunt, eamque ulterius promoverunt, quos longum esset referre: ex iis eligere poterunt tyrones Geometræ *Maclaurin*, aut *Deidier*. Si quis tamen universam calculi doctrinam, & sublimiorem Geometriam analytice demonstratam ediscere amat; Institutiones analyticas P. Riccati sibi comparet, in quibus quidquid hactenus ad id argumenti spectans inventum fuit, expositum leget.

§. VI.

Geometriæ Methodus.

DUplici methodo utuntur Geometræ, Synthetica nimirum, & Analytica. Methodus Synthetica, seu compositionis illa est, quæ a principiis simplicibus positis faciles primum, & simplices veritates elicit, ab iisque prin-

principiis, & facilioribus veritatibus ad difficiliora semper, & magis composita gradatim ascendit, alia ex aliis per connexiones, & proportiones deducendo, consequentia per demonstrata antecedentia demonstrando, & quasi per scalam; cujus superiores gradus inferioribus semper innituntur, ad sublimes, atque altiores gradus, ac veritates ascendendo. Hæc igitur methodus est idcirco perfectissima, docendo, & discendo proprior, quam Analysis, atque humani intellectus genio accommodatissima; meritoque proinde doctrinæ methodus etiam nuncupatur. Humana scilicet ratio insito quodam lumine naturalem ordinem amat, & a facilioribus ad difficiliora duci, atque ascendere conatur. Qua tamen ratione Geometræ inventas veritates disponant, demonstrent, & quibus nominibus nuncupent, habes inferius.

Hac methodo antiqui omnes Geometræ rigidissimi demonstratores usi sunt; eaque una mirabili mentis conatu, & meditatione sublimes illas veritates invenerunt, quas in Euclide, Appollonio, & Archimede legimus.

Methodus Analytica inverso ordine procedit, atque Synthesis: Hæc enim partes partibus adjungit, ut totum componat, & componendo cognoscat: illa totum resolvit, ac dividit in partes, ut iis seorsim inspectis, & examinatis latentes in iis, & in toto proprietates, & veritates detegat, ipsiusque partes, & totum introspiciat. Plura alia de utraque methodo geometrica in hoc loco dicenda essent, nisi fuse rem in Logica expendissem.

Et hæc quidem de Geometria universim dicta sint: ut tamen ad Elementarem, & Euclidem regrediar: Euclides Synthetica, rigorosa, ac demonstrativa methodo semper procedit; nihilque in illo est, quod parallogysmum sapiat. Ejus libri, ac propositionum ordo, & numerus ab antiquis semper fuit religiose observatus: Cumque inde universa

ma-

mathesis, ut jam dixi, ceu ex communi fonte derivetur; eaque identidem secundum Euclidis ordinem in omnibus mathematicorum libris citentur; hinc factum est, ut Euclidis Elementa, eorumque, ac propositionum ordo sanctus semper haberetur ab antiquis.

Inter recentiores *Petrus Ramus* Euclidem ipsiusque methodum, & meritum injuste, & infeliciter carpsit: alii tamen Geometræ quin Rami consilium, aut temeritatem probarent; Euclidemve minoris facerent, illud solum in tanto homine notarunt, posse scilicet illius Elementa methodo simpliciori, atque ad logicam, & naturalem ordinem magis accedente disponi: ut prius nimirum de lineis, tum de angulis, postea de triangulis &c. tractaretur, a simplicioribus semper ad composita, aut minus simplicia gradum faciendo: quem quidem ordinem pluribus in locis non observat Euclides. Ea igitur de causa plures Geometræ, ii potissimum, qui Philosophis scribunt, indicata methodo Euclidis Elementa tradidere.

PHI-

PHILOSOPHIÆ NATURALIS ELEMENTA GEOMETRICA

SEU

IN VERAM PHYSICAM GEOMETRICA INTRODUCTIO.

Terminorum in Geometria familiarium explicatio præmittitur.



Efinitio eſt alicujus rei, ideæ aut vocabuli explicatio Si vocis ſignificationem explicet aut ſtatuat *Nominalis*; Si rem ipſam, aut ideam voce ſignificatam, *Realis* nuncupatur: exemplum primæ: *Aer eſt, aut illud hoc nomine vocatur atque intelligitur, quod reſpiramus:* (*) Exemplum ſecundæ: *Aer eſt corpus rarum, diaphanum ex partibus ramoſis, elaſticis, ſubtilibus compoſitum*. Idealis hæc etiam dici poteſt definitio, propterea quod rem definiendo, illam ſecundum ideam noſtram tractemus. Utriuſque in Geometria, & Phyſica, ſed potiſ-

(*) *Omnia linguarum lexica ſunt puræ vocum definitiones: id unum acquirimus cum novam linguam ediſcimus.*

tissimum secundæ frequentissimus est usus. De nulla enim re agit Geometra, aut agere debet Physicus, quam prius non definiat, nisi aliunde sit nota: Methodi lex ista habetur. A definitione igitur incipiendum.

Propositio est oratio, seu enuntiatio, qua aliquid affirmando, vel negando proponimus: v. g. *Rectangulum babet angulos rectos. Ignis tendit in centrum terræ.*

Axioma est propositio aliqua per se ipsam manifesta: v. g. *totum est majus sua parte.*

Postulatum est Veritas aliqua theorica, aut practica, indubia, clara, & ab omnibus, aut ab iis saltem, quibuscum disputamus admissa; quam proinde supervacaneum est demonstrare, & pro concessa haberi postulamus; hujusmodi est v. g. *ex dato puncto describatur circulus.*

Theorema est propositio aliqua theorica, quæ probatione seu demonstratione opus habet; licet in se sit certa atque ex eo capite ab axiomate, seu propositione per se ipsam evidenti distinguitur. *Demonstratio* autem est argumentum evidens, quo rei veritas fit manifesta. Alia est *demonstratio ostensiva*, alia *ad impossibile*. Prima est, quæ veritatem e rei visceribus eruit, & in se se ostendit. Secunda est, qua ad impossibilem sequelam admittendam adigimur, si propositionem, quæ demonstrari intenditur, inficiemur. Utriusque exempla passim in sequentibus dabimus.

Problema apud Geometras est propositio aliqua vera, qua aliquid proponitur faciendum, & factum demonstratur. In rebus ad humaniores litteras, & alias Scientias, & artes spectantibus *Problema* est propositio, quæ pro utraque parte verosimiliter ostendi potest.

Lemma est propositio vera, quæ aliis propositionibus facilius demonstrandis præmittitur, & demonstratur.

Corollarium est propositio vera, quæ ex theoremate, seu veritate demonstrata, aut supposita facile deducitur, & velut sponte sequitur.

Scholion apud Geometras est uberior aliqua, & copiosior alicujus veritatis, de qua sermo est, explicatio; in qua plurima doctrinæ, & eruditionis capita ad rem spectantia attingi possunt: ad aridum alias geometrarum stilum doctrina, & eruditione temperandum hæc etiam inserviunt.

Hypothesis denique est propositio, quæ vera supponitur,

tur, quin in illius demonſtratione immorari opus ſit; & ad aliam inde demonſtrandam inſervit, quam appellamus *theſim*: harum propoſitionum indolem fuſe in Logica tradimus: illarum uſus eſt in geometria frequentiſſimus.

Ex hiſce omnibus Geometrica methodus componitur; quæ in eo potiſſimum conſiſtit, ut obſcura primum definiat, axiomata præmittat, & poſtulata; poſtulatis faciliora theoremata, & problemata ſtatuat; a facilioribus ad difficiliora, & magis recondita ſternatur via, quibus demonſtrandis lemmata, & hypotheſes præmittantur; demonſtratis propoſitionibus corollaria, & ſcholia ſubjiciuntur; eaque omnia eo ordine diſponuntur, ut a facilioribus ſemper ad difficiliora gradatim, quaſi per ſcalam, aſcendamus; alii aliis committantur gradus; aliæ ex aliis deducantur veritates; altiora ex humilioribus dependent, iiſque innituntur; neque faſtigium tenebit, qui ab humilioribus per intermedios gradus non conſcendat. De hiſce tamen alibi pleno calamo pertractabimus.

Generalia quædam ad Geometriam, Phyſicam, & reliquas Scientias neceſſaria præmittuntur.

DEFINITIO I.

1. *Geometria* eſt ſcientia quantitatem, ſeu magnitudinem quamcunque dimetiendi: in hoc uno objecto tota impenditur. Omnium ſcientiarum, quas novimus, eſt perfectiſſima, imo norma, & exemplar; a facilioribus enim, & notiſſimis principiis ad reconditiora, & ſublimia theoremata & arcana gradatim, evidenter, ſeu demonſtrando procedit. Ad id autem peculiarem adhibet methodum, quæ *Geometrica* eo de capite nuncupatur, quod in Geometria ſolummodo locum habeat. Porro Geometria magnitudinem, ſeu quantitatem abſtracte ſolummodo conſiderat; de eaque eo pacto ſpectata theoremata demonſtrat. Naturam phyſicam corporum, aut aliarum quarumcunque magnitudinum geometria non conſiderat: in dimenſione, proportione, calculo ſiſtit. Ab exiſtentia etiam quantitatum non dependet: etſi corpus nullum eſſet in rebus, tota hæc ſtaret, atque demonſtraretur ſcientia: linea, ſuperficies corpus ideale ſufficiunt.

DEFINITIO II.

2. Quantitas seu magnitudo (idem hoc loco hæc duo significant) sunt ea omnia, quæ ex partibus componuntur. In *continuam*, & *discretam* dividitur. *Continua* magnitudo est, quæ unitis inter se partibus constat; qualis est v. g. *charta*, in qua scribo; *Discreta* est illa, inter cujus partes nulla unio intercedit, cujusmodi sunt *tempus*, *numerus*, *motus* &c. Magnitudo magnitudini relata, aut *homogenea*, aut *heterogenea* existit, & nuncupatur: *homogeneæ* magnitudines sunt, quæ ejusdem generis, seu naturæ existunt, puta *duæ tabulæ*; *heterogeneæ*, quæ diverso sub genere locantur, ut *corpus*, & *numerus*.

DEFINITIO III.

3. Cujuslibet magnitudinis *partes* sunt, in quas dividi potest ipsa magnitudo, quæ quidem relate ad ipsas partes appellatur *totum*. Partes in duplici sunt differentia; *aliquotæ*, & *aliquantæ*: *aliquota* est, quæ aliquoties repetita totum adæquat, seu metitur, ut *pes hexapedam*, *milliare leucam* geometricam, que tribus milliaribus constat: *aliquanta* est, quæ totum nunquam metitur, sed quomodocunque repetita vel excedit, vel exceditur a toto, ut *bipalmus* ab *ulna*, quæ constat 5. palmis.

DEFINITIO IV.

4. Magnitudo quæcunque A alterius B *multiplex* est, & appellatur, si eandem B aliquoties exacte continet. Duæ, aut plures magnitudines A, B, suarum partium D, E *æquimultiplices* appellantur, cum earum singulæ partem suam pariter, & exacte continent; hæ autem partes D, E quæ in suis totis A, B pari numero, aut eodem modo continentur, *partes similes* nuncupantur: ejusmodi sunt *palmus* ad *ulnam*, *duo pedes* ad *decempedam*: seu 1 ad 5, 2 ad 10.

DEFINITIO V.

5. Duæ, aut plures magnitudines ejusdem generis com-

comparari inter se possunt, alia alteri referri; & rationem inter se habere dicuntur: est autem *Ratio*, duarum aut plurium magnitudinum ejusdem generis, puta duorum temporum, aut duorum corporum, relatio, seu continendi modus; hoc est, modus, quo magnitudo alia aliam continet, aut in illa continetur. Debent esse ejusdem generis, v. g. *duo numeri*; quia heterogeneæ magnitudines, v. g. tempus, & corpus se mutuo non continent; neque enim tempus in corpore, aut vicissim continetur: igitur inter diversi generis quantitates impropriam solum, seu alterius ordinis rationem, quam hic non definio, agnoscimus.

DEFINITIO VI.

6. Cum igitur *Ratio* sit magnitudinum relatio, in quacunque ratione, vera scilicet comparatione, duæ semper intercedere debent magnitudines, A B v. g. seu *termini*; quorum primus dicitur *antecedens*, secundus *consequens*. Si termini sint æquales $A = B$, dicitur *Ratio æqualitatis*: si sint inæquales, *ratio inæqualitatis* nuncupatur: Ea tamen lege, quod si prior terminus A sit major, quam B, est *ratio majoris inæqualitatis*: si prior sit minor, quam secundus, erit *ratio minoris inæqualitatis*. Prima ita designatur $A > B$: secunda vero $A < B$. Ut ratio, quam inter se habent magnitudines, cognoscatur, major per minorem quantitatem dividenda est, ut statim explicabitur. Quantitates, seu magnitudines inter se relatæ, aliæ sunt *commensurabiles*; *incommensurabiles* autem aliæ: primæ sunt, quæ aliquam habent communem mensuram, ut pedem *decempeda*, & *hexapeda*, quem decies prima, sexies exacte continet secunda. Incommensurabiles sunt, quas nulla communis metitur mensura. Aliquas esse magnitudines hujusmodi, facile in geometria demonstratur: id quod interim supponere satis est.

DEFINITIO VII.

7. *Ratio* in *Arithmeticam*, & *Geometricam* dividitur: prima, quæ magis proprie *differentia*, quam *ratio* appellatur, est differentia, aut excessus, quo alia aliam magnitudinem superat, quin ad modum, quo alia aliam continet, attendamus. *Ratio Geometrica*, & pro-pie di-

cta, est modus, quo magnitudo alia A aliam B continet, seu in illa continetur. Quantitates igitur æquales rationem arithmeticam non habent; quia alia aliam non excedit; non est igitur ratio æqualitatis arithmetica: habent tamen Geometricam; quia alia aliam continet. Utraque tamen ratio vel est *Rationalis*, vel *Irrationalis*. Ratio rationalis dicitur, quæ numeris exprimi potest: hoc est, si numeris exprimi possit quoties minor in majori termino contineatur; aut majoris supra minorem excessus. Irrationalis est illa, quæ numeris explicari nequit. Hujusmodi rationes alio nomine nuncupamus *Surdas*.

DEFINITIO VIII.

8. Rationes rationales (de Geometricis solum fere loquimur) inæqualitatis varia sortiuntur nomina, pro varia unius ad alium terminum habitudine, seu continendi modo. Si antecedens consequentem bis continet, *dupla*; *tripla*, si ter; *quadrupla*, si quater; si quinquies, *quintupla* nuncupatur. Quod si antecedens in consequente contineatur, eo, quem diximus, ordine permutato, erit ratio *subdupla*, *subtripla*, *subquadrupla* &c. 8 ad 4 rationem habet *duplam*: 4 ad 8 *subduplam*.

DEFINITIO IX.

9. *Exponens*, *quotiens*, seu *quotus* rationis alicujus A ad B, est numerus, qui explicat quo modo ejus rationis antecedens A consequentem continet, aut in eo continetur. Sit A 40, B 10, numerus, 4, qui exponit, quoties (quater) A 40, continet B 10, est ejus rationis *exponens*, seu *quotus*. Aliquando unus tantum numerus pro exponente assumitur, & sufficit, ut in casu apposito; semper tamen intelligitur unitas, 1 ad quam prædictus numerus referatur, idemque est, ac si diceres: A 40 est ad B 10, ut 4 ad 1.: nonnunquam vero duobus numeris ad rationis exponentem opus est; exempla passim sunt obvia: sint A, & B magnæ quædam quantitates, quarum prima sit ad secundam, ut 9 ad 5, hi duo numeri ejus rationis A. B. exponentem constituunt.

HYPOTHESIS.

10. Ratio magnitudinis A ad magnitudinem B hoc modo exprimitur A. B: vel hoc altero modo $\frac{A}{B}$, subducta nimirum infra antecedentem A linea, & subscripto consequente B. Eadem ratione exprimi, & scribi solet exponens 4. 1: vel $\frac{4}{1}$: exponens enim est vera duarum magnitudinum ratio, seu rationis character. Ut clarius, & facilius ratio aliqua intelligatur, minores, qui assumi possunt, numeri assignantur. Hinc pro exponente superioris rationis A. B. seu 40. 10. minores numeros 4. 1. adhibemus; dummodo eandem rationem, cujus sunt quotientes, recte exponant: sitque inter illos eadem ratio, quæ inter magnitudines A. B. existit.

DEFINITIO X.

11. *Proportio* est duarum aut plurium rationum æqualitas, sive Arithmeticæ sint, sive Geometricæ. Si igitur A sit ad B, ut C ad D arithmetice, vel geometrice; eæ duæ rationes proportionem arithmeticam, vel geometricam efficiunt; suntque prædictæ magnitudines *proportionales*. Magnitudines per alphabeti litteras solummodo, nulla adjecta figura, designamus formandæ tyronum imaginationis caussa: tyrones scilicet nulla oculis objecta, aut indicata quantitate, aut figura, vaga mente omnem magnitudinem indiscriminatim facile intelligunt: eoque pacto ad omnem quantitatem hasce veritates extendunt.

DEFINITIO XI.

12. Ad quamcunque igitur proportionem 4 ad minimum termini requiruntur; duplici enim ratione componitur, ad quarum singulas duo sunt necessarii (n.6.) Primus & ultimus terminus *extrema*: secundus, & tertius *media* nuncupantur: & primus quidem *primum antecedens*, *secundum* tertius; secundus item *primum consequens*, *secundum* quartus appellantur. Obiter nota: duo quidem esse *rationum æqualitatem*, ac *æquali-*

tatis rationes: primum significat, rationem rationi parem, seu proportionem: A esse ad B, ut C ad D. Secundum vero significat non inter rationes, sed inter rationis terminos æqualitatem, ita ut A sit par B.

DEFINITIO XII.

13. Proportio Arithmetica est duarum, aut plurium ejusdem nominis rationum, seu excessuum æqualitas; v. g. si excessus A supra B sit idem, ac excessus quantitatis C supra D, erunt prædictæ quantitates in proportione arithmetica: quæ hoc modo scribitur, A. B. : C. D.: sive A — B = C — D. Clarius id in numeris sese pari excessu superantibus ostenditur 10. 5. : 32. 27.

DEFINITIO XIII.

14. Proportio Geometrica est duarum, aut plurium rationum Geometricarum æqualitas: v. g. A 8 est ad B 4, ut C 12 ad D 6: duplici modo scribitur; primo A. B:: C. D, 8. 4:: 12. 6: secundo A. B = C. D. Duæ illæ transversæ atque parallelæ lineæ, quatuor pariter illa puncta æqualitatem ex conventione significant. Duæ, aut plures rationes 8. 4:: 12. 6, quæ eandem proportionem constituunt, sunt *similes*, *æquales*, *eædem*: uno verbo; omnes rationes, quæ eundem habent exponentem, sunt *æquales*, *eædem*, *similes*, ut est per se notum. In rationibus autem æqualibus antecedentia antecedentibus A B, consequentia consequentibus C D *Homologa* dicuntur, hoc est, ejusdem rationis, & nominis termini.

COROLLARIUM.

15. Idem igitur est rationum æqualitas, ac similitudo: neque proportio æqualitatem inter rationum antecedentia, aut consequentia, sed inter rationes solum significat. Omnes etiam rationes proportionem eandem constituentes eundem habent *exponentem*; æque enim antecedentia singula in consequentibus singulis continentur, aut ea continent.

DE-

DEFINITIO XIV.

16. Si duarum, aut plurium rationum 12. 6, 12. 8 antecedentia 12., 12 inæqualiter in suis consequentibus 6, 8 contineantur, aut ea contineant; rationes erunt *dissimiles*, *& inæquales*: ea vero erit major, 12. 6, cujus antecedens 12 major sit relate ad suum consequens 6, seu, cujus antecedens pluries suum consequens contineat; aut minus in illo contineatur, si sint *minoris inæqualitatis* rationes. Hinc dissimiles sunt rationes 3. 6; 3. 4: prima tamen minor.

DEFINITIO XV.

17. Proportio *continua* A. B:: B. C; 8. 4:: 4. 2. est illa, in qua primæ rationis consequens B est secundæ antecedens; seu, in qua medius terminus B bis repetitur; & utramque rationem modo dicto ingreditur. Quod si duæ tantum sint rationes, seu termini quatuor; proportio nuncupatur: si plures sint termini, & rationes; dicitur *progressio*. *Proportio discreta* est ea, in qua nullus terminus iterum repetitur, aut duas rationes ingreditur, ut antecedens unius, consequens alterius. Dicta hæc cum de Geometricis, tum de Arithmeticis proportionibus intellige.

HYPOTHESIS.

18. Proportiones Geometricæ, & Arithmeticæ, discretæ, aut continuæ, & progressiones, ut sequenti laterculo apponuntur, scribi consueverunt.

Proportio Arithmetica discreta { 3. 5.·. 7. 9.·. 11. 13 / 9. 7.·. 8. 6

Geometrica discreta { 2. 4:: 6. 12 / 1. 2:: 4. 8:: 5. 10

Progressio Arithmetica ÷ 2. 4. 6. 8

Progressio Geometrica ∺ 2. 4. 8. 16. 32.

Arithmetica continua ÷ 3. 5. 7

Geometrica continua ∺ 3. 9. 27

Ut

Ut rationis, proportionis, aut progressionis Arithmeticæ *exponentem* habeas, e majori termino minorem immediate antecedentem, aut subsequentem subtrahe, e 5 v. g. 3, residuum 2, erit *communis excessus*, aut *exponens rationum*.

Idem in Geometricis rationibus obtinetur, si majorem per minorem ejusdem rationis terminum dividas, 9 v. g. per 3, *quotus* enim, 3, per divisionem inventus, erit prædictæ rationis *exponens*.

DEFINITIO XVI.

19. *Proportio ordinata* est, cum diversi terminorum ordines vel series $\begin{matrix} 1. & a. & b. & c. & d. \\ 2. & m. & n. & o. & p. \end{matrix}$ ita disponuntur, ut sit primæ primus a ad secundum b, ut secundæ primus m ad secundum n: primæ secundus b ad tertium c, ut secundæ item secundus n. ad tertium o, & ita deinceps. Quod si ita disponantur ordines $\begin{matrix} a. & b. & c. & d. \\ n. & o. & m. & p., \end{matrix}$ ut sit primæ primus a ad secundum b, ut secundæ primus n ad secundum o; & ut primæ secundus b ad tertium c, ita secundæ tertius m ad primum n; dicitur hæc *ratio perturbata*.

DEFINITIO XVII.

20. *Proportio*, seu *ratio directa* est ea, in qua termini recto, & naturali ordine disponuntur, estque primus ad secundum, ut tertius ad quartum. Quod si termini sint ordine non directo dispositi, ita ut sit primus ad secundum, ut quartus ad tertium, vel primus ad tertium, ut quartus ad secundum, erit ea *proportio inversa*, aut *reciproca*. *Directæ proportionis* exemplum habe — A 2. B 5 : : C 4. D 10. *Inversæ* seu *reciprocæ* — A 2. B. 4 : : D 10. C 5; vel A 2. D 10 : : B 4. C 5. Proportionis seu rationis directæ, inversæ simplicis, aut compositæ infinitus fere est per totam physicam, imo & in artibus, & humanis rebus usus: ea propter hujusmodi notiones sibi familiares reddere studeant tyrones.

DE-

DEFINITIO XVIII.

21. *Ratio composita* est, cujus *exponens* est factum ex omnibus rationum componentium exponentibus in se ipsos ductis, seu hujusmodi facto est æqualis: sint v. g. duæ rationes 2 ad 8, 3 ad 6, quarum primæ exponens, 4, secundæ, 2; 2 ductus in 4, efficit 8; omnis igitur ratio, cujus exponens sit, 8, ex prædictis rationibus componitur v. g. ratio 2. 16. Ratio potest esse composita ex duabus, tribus, quatuor aut plurimis rationibus; rationes item componentes possunt esse ex aliis rationibus compositæ: ex iisdem etiam rationibus simplicibus multiplex inter diversissimas magnitudines ratio componi potest; v. g. ex rationibus 2. 4; 3. 9; 5. 20; quarum exponentes sunt 2, 3, 4, qui in se ipsos ducti efficiunt 24. Componuntur rationes 1. 24; 2. 48; 10. 240., & infinitæ aliæ, quæ in eandem recidunt.

Quare rationum compositio (id diligenter notandum) non fit per simplicium rationum, seu exponentium additionem, sed per multiplicationem; si primum obtineret, esset ratio 2. 12 (cujus exponens, 6,) composita ex rationibus 3. 9; 3 9; earum enim exponentes 3, 3 simul additi efficiunt 6; ratio tamen ex hisce duabus composita est 2. 18, cujus exponens, 9, est factum ab exponentibus 3, 3 in se invicem ductis.

Factum 600 ex quibuscunque anteecedentibus 5, 10, 12 in se invicem ductis ad factum 90 ex totidem consequentibus 2, 5, 9 in se invicem etiam ductis, rationem habet ex omnibus singulorum antecedentium ad singula consequentia compositam, ut inferius, si opus sit, demonstrabitur. Rationum compositionem tyrones diligenter intelligant; illius enim usus est per totam Physicam, & Geometriam frequentissimus.

DEFINITIO XIX.

22. Ratio ex duabus rationibus æqualibus composita, est singularum *duplicata*: ex tribus æqualibus *triplicata*: ex quatuor *quadruplicata* &c. Rationes autem componentes eo in casu *subduplicatæ*, *subtriplicatæ* &c. nuncupantur. Aliis verbis: Ratio alterius (3. 9) dupli-

plicata eſt ea (3. 27) cujus exponens, 9, eſt factum ab exponente primæ rationis (3. 9) in ſe ipſum ſemel ducto: 3 ſcilicet in 3 ductum efficit, 9, duplicatæ rationis (3. 27.) exponens: ratio (3. 9) *duplicatæ* rationis (3. 27.) *ſubduplicata* nuncupatur.

DEFINITIO XX.

23. Ratio (1. 8) eſt triplicata alterius (1. 2), ſi hujuſce exponens, 2, bis in ſe ductum, factum componat primæ rationis exponenti æquale: 2 in ſe ſemel ductum, efficit 4; in ſe iterum ductum, ſeu ductum in 4, efficit, 8, alterius rationis (1. 8) exponens: ratio igitur (1. 8) eſt rationis (1. 2) triplicata: ratio autem (1. 2) erit alterius (1. 8) ſubtriplicata.

DEFINITIO XXI.

24. Liceat ex Arithmetica ſequentem definitionem, tyronibus omnino neceſſariam, in hunc locum tranſcribere. *Numerus quadratus* eſt, qui ex alio numero in ſe ipſum ducto efficitur: v. g., 16, qui ex numero, 4, in ſe ipſum ducto producitur, numerus autem producens 4, dicitur *radix* quadrati 16. *Numerus cubicus*, ſeu *cubus* eſt, qui ex numero quocunque in ſe ipſum bis ducto efficitur: Ejuſmodi eſt numerus, 27, qui ex, 3, per ſe ipſum bis multiplicato efficitur; cum, 3, in, 3, efficiat 9, 3 iterum in 9 ductus 27 efficiat: 3 vero eſt *radix* cubica numeri 27.

COROLLARIUM I.

25. Duplicatæ rationis *exponens* eſt numerus quadratus, cujus radix eſt exponens rationis ſubduplicatæ: eſt enim numerus, ſeu magnitudo in ſe ipſam ducta. Ratio v. g. (4. 16) duplicata rationis (4. 8) habet pro exponente numerum, 4, quadratum, cujus radix, 2, eſt exponens alterius rationis (4. 8) ſubduplicatæ. Ex eadem ratione, exponens rationis *triplicatæ* eſt numerus cubicus, cujus radix eſt rationis ſubtriplicatæ *exponens*; cum in ſe ipſum bis ductum efficiat numerum cubicum. Atque inde eſt, quod in Geometria, Phyſica, aliiſque ſcientiis & artibus pro ratione duplicata ſubſtituitur ratio quadrata, ſeu ra-

tio

tio quadrati: pro triplicata ratio cubi usurpatur: quæ sunt in ratione duplicata unius longitudinis v. g. ad aliam, dicuntur esse, ut earum longitudinum quadrata, & vicissim: idemque de ratione triplicata cum ratione cubica comparata dictum intelligitur.

COROLLARIUM II.

26. Duo igitur sunt *Ratio dupla*, & *Ratio duplicata*: in priori enim magnitudo ad magnitudinem comparatur; in posteriori vero ratio ad rationem: prima scilicet magnitudinem magnitudinis duplam significat, (A. B) A nimirum duplam magnitudinis B; secunda autem rationem A. B rationis C. D duplam juxta explicationem hactenus datam. Alias rationum species missas facimus; cum & levioris sint momenti, & rarissime occurrant; earum tamen ideam, si opus fuerit, in loco dabimus. Id unum adnotare sufficiat, verbo *Sexqui* aliis adjuncto diversas rationes significari. Ratio *Sexquialtera* v. g. (3. 2) est cum antecedens consequentem integrum, & dimidiam illius partem continet. *Sexqui-tertia*, *Sexqui-quarta*, cum antecedens consequentem, & tertiam, vel quartam illius partem complectitur &c.

Axiomata quædam universalia omnem magnitudinem spectantia.

27. I. *Omne totum est æquale suis partibus simul sumptis, & vicissim.*

II. *Omne totum est majus suis partibus seorsim acceptis: & e converso, singulæ partes sunt toto minores.*

III. *Magnitudines A, B magnitudini C æquales, sunt etiam inter se æquales: vel etiam, magnitudines magnitudinibus æqualibus æquales, sunt etiam inter se æquales.*

IV. *Magnitudines magnitudinibus inæqualibus æquales sunt inter se inæquales.*

V. *Si æqualibus addas æqualia, tota erunt æqualia.*

VI. *Si ab æqualibus demas æqualia, tota, quæ supersunt, erunt æqualia.*

VII. *Si magnitudinibus æqualibus addas partes inæquales, tota erunt inæqualia: illud majus, cui major addatur magnitudo.*

VIII.

VIII. *Si è totis æqualibus demas partes inæquales, residua erunt inæqualia; illud majus, a quo minus aufertur. Similiter si ab inæqualibus demas æqualia; reliqua erunt inæqualia: illud majus, quod fuerit majoris residuum.*

IX. *Rationes inter se æquales idem habent exponens, & vicissim.*

X. *Rationes rationi æquales, sunt inter se æquales.*

POSTULATUM.

28. Datis duabus quibuscunque magnitudinibus A, B, dari potest tertia C, ad quam sit secunda B, ut prima A est ad eandem secundam B.

Similiter datis tribus quibuscunque magnitudinibus A, B, C, dari potest quarta D, ad quam sit tertia C, ut prima A est ad secundam B.

Propositiones, seu theoremata quædam evidentia, ad omnem magnitudinem spectantia, & ex 5. Euclidis libro desumpta.

PROPOSITIO I.

29. *Si magnitudines quæcumque* M, N *æquales fuerint, eandem habebunt rationem ad tertiam quamcunque magnitudinem* O; *& vicissim tertia* O *eandem ad* M, N, *& alias quascunque magnitudines iis æquales rationem habet.*

Est per se ipsam evidens, ut & alia, quæ jam subjicimus, theoremata.

PROPOSITIO II.

30. *Si magnitudines quæcunque* M, N, O *ad aliam quamcunque magnitudinem* V *eamdem habuerint rationem, erunt* M, N, O *æquales: & vicissim, si quantitas, seu magnitudo quæcunque* V *ad tres aut plures alias* M, N, O *eandem habeat rationem, erunt* M, N, O *æquales.*

Hæc propositio est superioris conversa, pari evidentia constat, & axiomatis instar haberi debet.

PRO-

PROPOSITIO III.

31. *Duarum, aut plurium quarumcunque magnitudinum inæqualium* A, B, *major* A *ad tertiam quamcunque* C *majorem habet rationem, quam minor* B; *Contra autem, tertia* C *minorem habet rationem ad majorem* A, *quam ad minorem* B.
Vide definitionem 14. n. 16. ſuperius allatam.

PROPOSITIO IV.

32. *Si duarum, aut plurium quarumvis magnitudinum* A, B *alia* A *ad tertiam quamvis* C *majorem habuerit rationem, quam* B; *erit* A *major, quam* B. *Ex adverſo autem, ſi tertia* C *majorem ad* B, *quam ad* A, *rationem habeat; erit* B *minor, quam* A.
Demonſtratione etiam non indiget, cum per ſe ipſam conſtet.

PROPOSITIO V.

33. *Si ſingula antecedentia quæcunque* A, B, C *ad ſingula, & totidem conſequentia* M, N, O *parem, ſeu eandem habuerint rationem, etiam antecedentia ſimul ſumpta ad conſequentia ſimul ſumpta eandem habebunt rationem, ac ſingula ad ſingula.*
Eſt dicere: Si A eſt ad M, ut B eſt ad N; B eſt ad N, ut C eſt ad O; tria illa antecedentia A. B. C. ſimul ſumpta ad tria conſequentia M. N. O. ſimul ſumpta eandem habent rationem, atque unum antecedens A ad ſuum conſequens M. Sint 4. ſingula illa antecedentia A, B, C: ſingula M, N, O ſtatuantur 8; erit A + B + C ad M + N + O, ut 12 ad 24, hoc eſt, ut A ad M, 4 ad 8.

PROPOSITIO VI.

34. *Magnitudines quæcunque* A, B *ſunt inter ſe, ut earum partes ſimiles aliquotæ, vel aliquantæ: hoc eſt,* A *eſt ad* B, *ut tertia pars v. g. magnitudinis* A, *ad tertiam partem magnitudinis* B.
Eſt per ſe evidens.

PRO-

PROPOSITIO VII.

35. *Si quatuor quæcunque magnitudines ſint directe proportionales* A. B : : C. D, *etiam* permutando *erunt* A. C : : B. D, *prima ſcilicet ad tertiam, ut ſecunda ad quartam*.

Statuantur, exempli cauſa, magnitudines 4. 8 : : 20. 40, manifeſtum eſt, eſſe 4 ad 20, ut 8 ad 40. Sint C, D minores, quam A, B; ſunt igitur C, D partes ſimiles totorum A, B; ſunt igitur A. C : : B. D. (*n.* 34.)

PROPOSITIO VIII.

36. *Si magnitudines quæcunque* A. B : : E. D. *ſint proportionales, etiam* invertendo *erit* D. E : : B. A, *quarta ad tertiam, ut ſecunda ad primam*.

PROPOSITIO IX.

37. *Si ſint* A. B : : C. D, *hoc eſt, ſi quatuor magnitudines quæcunque* A. B. C. D. *fuerint directe proportionales, prima ad ſecundam, ut ſecunda ad tertiam; duo antecedentia ſimilia* A, C, *ſimiliter aucta per adjunctas magnitudines ſimiles*, M, N, *eandem pergunt habere rationem ad ſua conſequentia, hoc eſt, erunt* A + M *ad* B, *ut* C + N *ad* D.

Neque enim variatur ratio, aut proportio, dum ex utraque parte ſimiles magnitudines adjunguntur: augentur magnitudines, ſed eadem ratio perſeverat.

COROLLARIUM I.

38. Si igitur ſint proportionales magnitudines quæcunque A. B : : C. D, etiam *componendo*, erit A + B ad B, ut C + D ad D, ſeu antecedens primum cum ſuo conſequente ad idem conſequens, ut antecedens ſecundum cum ſuo conſequente ad ſecundum conſequens.

Corollarium ex propoſitione manifeſte deducitur; neque enim aliud eſt, quam antecedentia ſimiliter, hoc eſt, per conſequentia, & magnitudines ſimiles augere.

CO-

COROLLARIUM II.

39. Si igitur ſint proportionales magnitudines M. N:: O. P; & ſimiliter ſint proportionales L. N:: R. P., erunt etiam proportionales M + L. N:: O + R. P. Dum enim antecedentibus ſimilibus M, O. antecedentia ſimilia B, R. adjunguntur, magnitudines M, O ſimiliter, ſeu proportionaliter augentur, ut ex ſe patet. In numeris res fiet clarior: ſunt 12. 4:: 9. 3; ſunt item 8. 4:: 6 3; ſunt igitur 12 + 8. 4:: 9 + 6. 3; hoc eſt, 20 ad 4, ut 15 ad 3.

PROPOSITIO X.

40. *Si ſint proportionales magnitudines* A. B:: C. D. *duo antecedentia* A, C *ſimiliter, vel proportionaliter diminuta, adhuc ad ſua conſequentia eandem proportionem habent.*

Axiomatis inſtar haberi poteſt. Neque enim variatur, ſeu perturbatur ſimilitudo rationum inter ſe, dum antecedentia ſimiliter ex utraque parte diminuuntur, quantumvis ipſæ rationes, decreſcentibus antecedentibus, minuantur. Sunt v. g. 12. 4:: 9. 3; ſunt præterea 8. 4:: 6. 3: ſunt igitur 12 − 8. 4:: 9 − 6. 3, hoc eſt, 4. 4:: 3. 3: quo in exemplo, e ſimilibus antecedentibus 12, 9 ſimiles magnitudines 8, 6 detrahuntur.

COROLLARIUM I.

41. Si A ſit ad B, ut C ad D; etiam erunt A minus B. ad B, ut C minus D ad D; hoc eſt, exceſſus primi antecedentis ſupra ſuum conſequens ad idem conſequens, ut exceſſus ſecundi antecedentis ſupra ſuum conſequens ad ſecundum conſequens. Quod dicitur, argumentari *dividendo*.

Demonſtratur. Quoniam ſunt A. B:: C. D, per hypotheſim, etiam erunt A. C:: B. D. (*n.* 35); ſunt igitur magnitudines B. D duobus antecedentibus A. C proportionales: igitur A − B, C − D ſunt antecedentia ſimiliter diminuta; ac per conſequens erunt A − B. B:: C − D. D (*n.* 40.). *Exemplum* in numeris. Sunt 40 ad 10, ut 16 ad 4; ſunt igitur 40 −

10 ad 10, ut 16 — 4 ad 4, hoc est 30 ad 10, ut 12 ad 4, ut consideranti perspicuum est.

COROLLARIUM II.

42. Si SR. BR:: CA. XA (Fig. 10), etiam erunt per *conversionem rationis* S R. S B:: C A. C X: integrum scilicet primum antecedens ad excessum suum supra suum consequens, ut secundum antecedens ad excessum supra suum consequens.

Demonstr. Quoniam sunt S R. B R:: C A. X A, (Fig. 10) per hypothesim, etiam erunt *dividendo* (*n.* 41) S B. B R:: C X. X A; & *invertendo* (*n.* 36) R B. B S:: A X. X C; & *componendo* (*n.* 38) S R. S B:: C A. C X. *Quod erat demonstrandum*.

COROLLARIUM III.

43. Si totum S R (Fig. 10) est ad totum C A, ut ablatum B R ad ablatum X A, etiam totum erit ad totum, ut residuum S B est ad residuum C X.

Instar axiomatis haberi potest.

PROPOSITIO XI.

44. *Sint duæ magnitudinum series* M, N, O, P; X, R S, C D, A B (Fig. 61, 63); *si prima* M *sit ad secundam* N, *ut prima* X *ad secundam* R S; *& ut secunda* N *ad tertiam* O, *ita secunda* R S *ad tertiam* C D; *erit* ex æqualitate ordinata *prima* M *ad tertiam* O, *ut prima* X *ad tertiam* C D.

Demonstr. Sint O, C D minores, quam N, R S (idem demonstratur, si majores statuantur): cum igitur sint N. O:: R S. C D, per hypothesim, erunt O, C D partes similes totorum N, R S; magnitudines autem M, X ad tota N, R S proportionalia, etiam ad partes similes eorundem totorum eandem habent proportionem; ergo M. O:: X. C D. *Quod erat demonstrandum*. Tenet propositio, etsi per plures utrinque magnitudines continuentur series.

PROPOSITIO XII.

45. *Si in* duplici *magnitudinum serie sit prima* M (Fig. 61. 63.) *ad secundam* N, *ut prima* R S *ad se-*

cun-

tundam C D; *& ut secunda* N *ad tertiam* O. *ita tertia quædam* X *ad primam* R S; *erit prima* M *ad tertiam* O, *ut tertia* X *ad secundam* C D.

Quod vocatur, *æqualitas perturbata*.

Demonstr. Sit C D ad A B, ut N ad O (*n.* 28); habent igitur N ad O, X ad R S, C D ad A B eandem rationem: est enim per hypothesim N. O:: X. R S. Est igitur R S ad A B, ut X ad C D (*n.* 35); est autem R S ad C D, ut M ad N; C D ad A B, ut N est ad O: ergo M est ad O, ut R S ad A B, & ut X ad C D. (*n.* 27. *axiom.* 10.) Si cui tyroni subtiliores aliquot hujus introductionis definitiones aliquid difficultatis faciant, eas interim poterunt omittere, dummodo antequam elementum tertium aggrediatur, easdem penitus inspiciant, atque intelligant. Hujusmodi erunt, quæ de compositione rationum, de duplicata, aut triplicata ratione definimus: quorum usus est prope infinitus, clara vero cognitio maxime necessaria.

ELEMENTUM PRIMUM.

De Lineis Recta, Curva, Obliqua, & Angulis.

DEFINITIO I.

46. *Punctum* est quantitas partibus expers. In physicum seu reale, & mathematicum, seu ideale dividitur. Punctum Physicum, si quod existit, est physice, & vere indivisibile. Punctum mathematicum est, quod sine partibus apprehendimus, etsi partibus physice constet. Si prima elementa corporum reapse sunt indivisibilia; hoc est, si corpora physica in atomos tandem resolvuntur; tum vero non modo idealia, sed physica etiam existunt puncta. Ea tamen esse corporum elementa, adhuc non est demonstratum. Ab incerta hypothesi non pendet Geometria, quæ est rigorosa scientia. Satis illi sunt ideales magnitudines lineæ, superficies, corpora, eorumque elementa etiam idealia: de idealibus hisce rebus tota Geometria demonstratur: proprium hæc sunt illius objectum. Quælibet igitur magnitudo physica, puta integrum firmamentum, potest esse punctum Mathematicum. Punctum est ad magnitudinem, ut unitas ad numerum.

Sicut ex additione, aut multiplicatione unitatum fiunt quicumque numeri; ex punctis etiam magnitudines continuæ conflantur.

DEFINITIO II.

47. Linea est magnitudo tantum extensa A B (Fig. 1.); ex fluxu puncti generatur. Etsi quæcunque linea physica assignetur, latitudine, & profunditate prædita sit; Geometræ tamen ad illius extensionem solum attendunt. Lineam igitur mathematicam, non Physicam, definimus, sicut de punctis modo diximus: utrum physicæ existant lineæ, non sumus in Geometria solieiti. Dividitur in *Rectam*, *Curvam*, & *Mixtam*; illius extrema sunt puncta; & duplici littera extremis apposita distingui solet, & designari.

DEFINITIO III.

48. *Linea Recta* A B est omnium brevissima, quæ inter duo puncta A B (Fig. 1.) duci possunt. Linea recta ab aliis definitur illa, *cujus extrema obumbrant omnia media*; cujus scilicet extremum punctum A. B omnia intermedia puncta post se occultant. *Curva* A C B est, quæ a recta versus aliquam partem declinat; seu cujus extrema A B non obumbrant omnia puncta intermedia. Linea *Mixta* A O B partim ex recta O B, partim ex Curva A O componitur.

DEFINITIO IV.

49. *Linea circularis* E O F G (Fig. 2.), omnium curvarum celeberrima, est linea curva, cujus omnia puncta æqualiter distant a quodam puncto C intra eam existente: ejusmodi punctum nuncupamus *Centrum*; lineam vero *Circumferentiam*, seu *peripheriam* circuli. Diameter circuli est recta quæcumque E D per centrum transiens, & ad peripheriam utrinque producta. *Radius*, seu *Semidiameter* est recta C D a Centro ad peripheriam ducta. *Chorda* est recta GF peripheriam utrimque secans, quin per centrum transeat. Arcus est quævis circumferentiæ pars v. g. DF. *Segmentum* circuli est spatium B H C I (Fig. 16) a chorda, & arcu intercepto comprehensum.

DE-

DEFINITIO V.

50. *Superficies* est magnitudo tantum longa, & lata. In *Planam*, *Curvam*, & *mixtam* dividitur. *Planum*, seu plana superficies est brevissima omnium, quæ inter easdem lineas duci possunt; seu est ea, quam linea recta omnibus suis punctis simul tangere potest, quacunque ex parte illi applicetur. Ex fluxu lineæ rectæ generatur: Si rectam scilicet GH (Fig. 60) non in directum versus L, sed in transversum ad OD secundum lineam rectam moveatur. Superficies *Curva* est quæ a plana declinat. Superficies *mixta* est partim *recta*, partim *curva*, qualis esset globi, si plano per centrum dividatur. Quæcumque physica superficies suam habet crassitiem; ad eam tamen a Geometra non attenditur. Superficierum extrema sunt lineæ, ut linearum puncta.

DEFINITIO VI.

51. Superficies plana EODG (Fig. 2.) a circulari peripheria comprehensa dicitur *Circulus*, omnium planarum superficierum celeberrima. *Semicirculus* EDO est dimidia pars circuli a diametro ED, & semicircumferentia DOE comprehensa. Circuli *Concentrici* ADE, FS (Fig. 15.) sunt qui habent idem, & commune centrum F. *Excentrici* vero ABC, ABD (Fig. 12. 13.), qui diversa habent centra C, D.

DEFINITIO VII.

52. Circuli se se mutuo interius, vel exterius tangere dicuntur, cum eorum peripheriæ ita sibi in puncto aliquo A (Fig. 12. 13.) occurrunt, ut se se tamen non secent. *Tangens* circuli est recta quæcumque DB (Fig. 21.) ita ejus peripheriæ occurrens in puncto B, ut tamen non secet, licet ulterius producatur in E. *Secans* autem est recta quæcumque a puncto intra circulum per peripheriam ducta v. g. XB, OR.

HYPOTHESIS.

53. Cujuſcunque circuli peripheriam in 360 partes æquales dividunt Geometræ, eaſque appellant *gradus*. Singulos item gradus in 60 partes æquales dividunt, quas *minuta prima*, ſeu abſolute *minuta* dicunt. Singula ulterius minuta in 60 æquales partes interſecant, eaſque nuncupant *minuta ſecunda*. Eodem ordine minuta ſecunda in tertia; minuta tertia in quarta partiuntur, & ad minuta uſque decima dividendo procedunt; & hoc pacto ſcribunt 2°. 3'. 4''. 5'''. &c. duos ſcilicet gradus, tria minuta prima, quatuor ſecunda, quinque tertia, &c. Simili fere modo in temporis diviſione procedunt, diem v. g. in 24 horas, ſeu 24 partes æquales; horam in 60 minuta; minutum primum in 60 *ſecunda* &c. eodemque modo ſcribunt 4°. 2'. 3''. 53'''. 42''''. quatuor ſcilicet horas, duo minuta, &c. hæc temporis atque arcuum diviſio in Geometria, Aſtronomia, Geographia, Navigatione, aliis etiam artibus infinitum fere habet uſum, ut experimento ipſo edocebimur.

COROLLARIUM.

54. Singulæ quorumcunque circulorum peripheriæ eodem graduum numero conſtant; eo tamen diſcrimine, quod majorum circulorum majores ſint gradus, ſeu partes; cum majores etiam ſint peripheriæ: per ſe enim notum eſt, inæquales quantitates, ſi in eundem partium numerum ſingulæ dividantur, partes dare omnino inæquales; eaſque eſſe majores, in quas major quantitas dividitur.

DEFINITIO.

55. Angulus planus eſt duarum linearum in eodem plano jacentium, alterius ad alteram inclinatio, & occurſus, v. g. NBX (Fig. 3.): linearum occurſum B *apicem* anguli dicimus; lineas vero *latera* appellamus. Tribus potiſſimum litteris angulum indicabimus, quarum media eſt, quæ apicem deſignat. In angulis ſpectari poſſunt & latera, & diverſæ laterum inclinationes, ſeu relationes. Si ad angulorum la-

latera attendamus, dividuntur in *Rectilineos*, *Curvilineos*, *Mixtilineos*. Rectilinei sunt, quorum utrumque latus est linea recta, ut N B X. Curvilinei, quorum utrumque latus est linea Curva, ut C A O (Fig. 1.) Mixtilinei, qui latere uno recto, alio curvo constant, ut O A X.

S C H O L I O N.

56. *Anguli plani A F I* (Fig. 15.) *mensura est arcus A I inter ejus latera interceptus, & ab illius apice circino descriptus: totque gradibus constare dicitur praedictus angulus, quot habet arcus A I. Et licet innumeri arcus X, Z, S &c. ab apice F inter anguli latera describi possint, quorum magnitudo sit diversa pro varia illorum ab apice distantia; seu pro diversa radiorum magnitudine; omnes tamen eundem graduum numerum continent; suntque suorum circulorum partes similes; ac proinde singuli ejusmodi arcus sunt praedicti anguli eadem mensura. Angulus igitur non crescit, neque minuitur, quantumvis ejus latera minuantur, aut crescant.* Duas lineas F A, F F in infinitum producas; eadem semper erit unius ad alteram inclinatio, eadem inclinationis mensura, hoc est, idem angulus: *majorque est angulus A D B, quam angulus A C B.* (Fig. 8.)

D E F I N I T I O.

57. Quod si laterum unius ad alterum inclinationem attendamus; dividitur Angulus in *Rectum*, *Obtusum*, *Acutum*. Angulus rectus A B X (Fig. 3.) est, qui formatur a linea recta A B ita in M X incidente, ut in neutram partem M, aut X inclinet. Hujusmodi autem recta A B dicitur perpendicularis ad M X. Angulo igitur recto A B X alius aequalis ex alia parte enascitur A B M. Angulus *Acutus* N B X est omnis angulus recto minor; efficiturque a recta N B in M X incidente, & versus partem alteram X magis inclinante: unde dicitur ad M X obliqua. Angulus *obtusus* est omnis angulus N B M, recto A B M major.

DEFINITIO.

58. Anguli ad verticem C (Fig. 43.) oppositi sunt *X.* & *Y*, seu *ACB*, *b Ca*, qui ab iisdem lineis se se in C secantibus & versus oppositas partes productis efficiuntur. *Segmentum commune* est extensio quædam, pars, aut punctum, duabus, aut pluribus rectis commune; ut si rectæ N U, R U (Fig. 4.) sibi mutuo in U occurrentes, usque ad O non separarentur, sed partem, seu segmentum commune haberent V O. Linearum rectarum segmentum commune est punctum.

DEFINITIO.

59. Lineæ rectæ ad alteram rectam positio, seu relatio triplex est, *perpendicularis*, *parallela*, *obliqua*: quid sit linea ad aliam perpendicularis, jam definivimus. Lineæ *parallelæ* sunt eæ, quæ in infinitum productæ eandem inter se semper habent distantiam, ut v. g. E F, C A (Fig. 10). Distantia Parallelarum inter se est recta S C v. g. ad utramque parallelam perpendicularis. Lineæ *obliquæ* sunt C A, G H, quæ productæ magis & magis ad se invicem accedunt, vel a se invicem recedunt. Si recta quæcunque X X (Fig. 23.) duas parallelas A B, C D secuerit; sequentes efficientur anguli, X, X *Externi* : O, S *Alterni* : ut etiam V, R : V, O *Interni* ad eandem partem: idem est de angulis S. R. Angulus S est oppositus ad verticem angulo X. Tandem ex eodem puncto U (Fig. 4) duæ rectæ, alia obliqua V N, alia perpendiculariter V R in rectam R N incidant, *Distantia obliquæ* V N est recta R N per linearum extremitates ducta, & perpendiculari V R perpendicularis.

Axiomata continuam quantitatem spectantia.

60. I. *Quæ sibi mutuo congruunt, æqualia sunt.*

II. *Rectæ lineæ æquales sibi mutuo congruunt.* Idem pariter de angulis æqualibus verum est.

III. *Omnes ejusdem, aut æqualium circulorum radii sunt æquales. Idem est de diametris. Chordæ æquales D A, A E* (Fig. 14.) *ab eodem, aut æqualibus*

libus circulis abscindunt arcus æquales: chordæ inæquales AB, BC (Fig. 16.) *arcus inæquales: major chorda majorem arcum* AFB.

IV. *Inter duo qualibet puncta unica tantum recta duci potest.*

V. *Duæ rectæ, puta AD, AB* (Fig. 9.) *spatium non comprehendunt, cum semel se in puncto secent.*

VI. *Anguli eorundem graduum sunt æquales; & si sint æquales, eodem graduum numero constant.*

VII. *Diameter circuli circulum, & peripheriam in duas æquales partes dividit.*

VIII. *Circuli æquales diametros habent æquales: circulorum major*, & diametrum, & radium *habet majores.*

IX. *Duæ parallelæ EF, CA* (Fig. 10.) *perpendicularem communem habent* B X, *v. g. aut* R A *&c.*

S C H O L I O N.

61. *Ex puncto* B, *circuli* M A R *centro* (Fig. 3.) *recta* B A *perpendicularis ad diametrum* M X *erigatur: duplex angulus rectus efficitur* A B M, A B X. *Cum autem anguli* A B X *mensura sit arcus* A X (n. 56.), *circuli quadrans, qui* 90 *gradibus constat; totidem gradus erunt singulorum rectorum angulorum mensura; suntque proinde omnes anguli recti æquales. Anguli acuti minus; obtusi plus quam* 90 *gradibus constabunt.*

P O S T U L A T A.

62. I. *Ab uno ad aliud punctum recta linea duci potest.*

II. *Data quæcunque recta in infinitum produci potest.*

III. *Ex dato puncto ad datum intervallum describi potest circulus.*

IV. *Ex dato puncto in data recta versus utramque partem æqualia segmenta secari possunt.*

Cum punctum non sit quantitas mensuræ capax, nihil est, cum circa illud Geometria amplius immoretur: rem definisse satis. Post punctum simplicissimæ magnitudines sunt lineæ rectæ, post rectas curvæ: linea recta aut cum alia recta, aut cum curva comparari potest; ex prima comparatione dicitur *perpendicularis*, *obliqua* aut *parallela*; ex secunda vero

ro

ro *secans*, aut *tangens*. Ab hisce comparationibus nascuntur anguli, recti, acuti, obtusi, mixti: ab angulis triangula: & pauca quidem hæc ad cætera omnia geometriæ capita nos manuducunt. Ab iis igitur incipiamus.

PROPOSITIO I. THEOREMA.

63. *Si recta aliqua AB.* (Fig. 3.) *sit ad aliam rectam* M X. *perpendicularis, eamque per medium secet; singula illius rectæ* A B. *puncta ab extremis* M X. *alterius rectæ seorsim æquidistabunt*.

Propositio ex lineæ perpendicularis indole demonstratur. Ponitur punctum B, quod est communis utriusque lineæ sectio, æque distare ab extremis M, X: linea igitur B A. ex puncto B ducta habere non potest punctum aliquod v. g. A, quod minus distet ab X, quam ab M, nisi linea B A magis versus X, quam versus M inclinet; ac proinde non sit perpendicularis contra hypothesim. Idem demonstrabitur de singulis ejusdem perpendicularis A B punctis relate ad duo quæcunque puncta Z Y rectæ M X hinc inde a puncto sectionis B æqualiter distantibus. Ea enim puncta, spectari possunt, ut extrema rectæ M X hinc inde a puncto sectionis B æqualiter distantia. Demonstratione non indiget propositionis conversa, *si omnia puncta unius rectæ* A B *ab extremis alterius rectæ* M X *æquidistent; erit illa ad secundam hanc rectam perpendicularis*. Per se ipsam enim est evidens.

PROPOSITIO II. THEOREMA.

64. *Si rectæ AB ad aliam rectam MX perpendicularis punctum aliquod* B *v. g. habeat ab extremis* M, X *æque distans; omnia alia ejusdem rectæ puncta ab iisdem extremis seorsim æquidistabunt*.

Demonstratio. Nisi ita esset, punctum aliquod in illa esset, v. g. A minus ab X, quam ab M remotum: recta ergo a puncto B magis in X, quam in M inclinaret, & proinde non esset perpendicularis.

COROLLARIUM I.

65. Ex dato puncto O (Fig. 4.) extra datam rectam

ſtam L N in infinitum hinc inde productam unica tantum perpendicularis O R ad ipſam rectam duci poteſt.

Demonſtr. Ponatur, quod O R ſit ad L N perpendicularis; dico, quod hæc una tantum ex eo puncto duci poſſit ad L N perpendicularis. Ex puncto ſectionis R partes æquales R L, R N utrinque abſcindantur. Recta O R in neutram inclinat partem (*n.* 57): ſingulaque ejus puncta æqualiter ab extremitatibus L N diſtant (*n* 63): quæcunque igitur alia recta O Z, v. g., ex puncto O ad L N ducta, totaque extra O R cadens, magis ad partem alteram L, quam ad N diverget; neque ſingula ejus puncta æqualiter ab L, & N diſtabunt; ac proinde non eſt perpendicularis, (*n.* 57.)

COROLLARIUM II.

66. Ex dato puncto B in data recta M X (Fig. 3.) unica tantum duci poteſt B A ad eandem M X perpendicularis.

Demonſtr. Ducatur enim, ſi fieri poteſt, alia B N etiam perpendicularis: quoniam B A eſt perpendicularis per hypotheſim, in neutram inclinat partem (*n.* 57); igitur B N quæ tota cadit extra B A, & intra ipſam, atque B X producitur, verſus extremum X magis inclinat, ejuſque puncta minus a X, quam ab M removentur: ergo non eſt perpendicularis.

PROPOSITIO III. THEOREMA.

67. *Si recta* A B (Fig. 3.) *ad rectam* M X *ſit perpendicularis; ulterius producta in* O, *etiam erit perpendicularis: & viciſſim recta* M X *erit ad perpendicularem* A B O *perpendicularis.*

Eſt dicere, ſi recta A B ſupra rectam M X eſt ad illam perpendicularis; talis etiam erit, ſi infra eandem producatur. Demonſtr. Prima pars: Quoniam enim A B O eſt eadem linea recta, tam ex una, quam ex alia parte lineæ M X; ſi ab A uſque ad B in nullam inclinat partem, neque etiam a B uſque ad O: aliter curvaretur in R.

2. Pars: Eadem eſt rectæ A B ad B X, atque rectæ B X ad A B inclinatio, ſeu angulus A B X: Si igitur

A B

A B neque inclinatur, neque declinat a B, aut ab X, estque proinde ad illam perpendicularis, idem etiam de B X verum habet.

PROPOSITIO IV. THEOREMA.

68. *Si duo puncta* A B *rectæ* A O *æqualiter distent ab extremis* M X *rectæ* M X; *singula omnia ejusdem puncta ab iisdem extremis æqualiter distant; estque recta* A B *ad* M X *perpendicularis*.

Demonstr. Inter puncta A B unica tantum recta duci potest (*n.* 60): intelligi autem nequit punctum aliquod rectæ A B inter duo puncta A B minus ab extremo X v. g. quam ab M distare, quin A B incurvetur contra hypothesim.

PROPOSITIO V. THEOREMA.

69. *Si recta aliqua* B A (Fig. 3.) *ad aliam rectam* M X *perpendicularis illam per medium secet, transibit per omnia possibilia puncta, quorum singula æqualiter distent ab extremis* M X.

Dico, quod si ex puncto B, lineæ M X medio, ducitur B A ad eandem M X perpendicularis; nullum erit punctum æque distans ab M & X, per quod non transeat recta B A. Si est punctum aliquod extra rectam perpendicularem A B æqualiter ab extremis M X remotum, sit v. g. punctum N: ducatur igitur ex B recta B N; quoniam igitur duo puncta B N rectæ B N æqualiter distant ab extremis M X, erit B N perpendicularis, (*n.* 68.) & est etiam perpendicularis B A per hypothesim: ex eodem igitur puncto B ad eandem rectam duæ perpendiculares ducuntur, quod est impossibile (*n.* 66.).

PROPOSITIO VI. THEOREMA.

70. *Recta* A B, *ex puncto* A *ad* B C *perpendiculariter ducta, est brevissima omnium, quæ ex dicto puncto ad rectam* B C *duci possunt: obliquarum* A D, A C *ea minor est, quæ minus a perpendiculari* A B *removetur*. (Fig. 8.)

Demonstratur. Producatur A B usque ad G, ut sint A B, B G æquales; ducaturque D G: A D cum D G

sunt

sunt majores, quam A B cum B G (*n.* 48.): ergo majoris magnitudinis dimidium A D. majus est, quam minoris A B G dimidium A B.

COROLLARIUM I.

71. Duæ igitur obliquæ V L, V N (Fig. 4.) ductæ ex eodem puncto V lineæ perpendicularis O R ad diversas partes, scilicet ad duo puncta L N rectæ L N æqualiter a perpendiculari distantia, erunt æquales. Manifeste ex propositione colligitur; ad diversas enim partes duci, lineas non efficit majores, aut minores.

COROLLARIUM II.

72. Si obliquæ V L, V N (Fig. 4.) sint æquales, & perpendiculares etiam æquales, aut eadem V R, erunt etiam distantiæ R N, R L æquales: & vicissim, si & distantiæ R L, R N, & obliquæ V L, V N sint æquales, etiam perpendiculares erunt æquales, aut eadem V R.

Demonstr. prima pars. Si distantiarum alia v. g. R L sit major, quam R N; erit obliqua V L major; quam V N, contra hypothesim (*n.* 70.); cum amplius a perpendiculari V R removeatur, quam alia ex eodem puncto V ducta.

Secunda pars in primam recidit; cum enim V R, R N, aut R L sint mutuo perpendiculares (*n.* 67.); possunt R N, R L pro perpendicularibus; R V pro distantia spectari; & in primum casum recidimus.

PROPOSITIO VII. THEOREMA.

73. *Duæ rectæ* B A, D C (Fig. 9.) *ad tertiam* E F *perpendiculares, sunt sibi mutuo parallelæ.*

Demonstr. Si enim non essent parallelæ, sed alia ad aliam esset obliqua; in infinitum productæ in aliquo tandem puncto concurrerent, puta in D (*n.* 59.): ergo ex eodem puncto D ad eandem rectam E F duæ perpendiculares duci possent, quod est impossibile. (*n.* 65.).

CO-

COROLLARIUM.

74. Duæ rectæ E F, C A, tertiæ cuilibet Z parallelæ, sunt sibi mutuo parallelæ. (Fig. 10).

Demonstr. Sit B X perpendicularis ad C A: ergo erit perpendicularis ad E F, & Z (*per axiom.* 9. *n.* 60.): ergo tres rectæ C A, Z, E F sunt ad B X perpendiculares (*n.* 67.), & sibi mutuo parallelæ (*n.* 73.)

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

75. *Duo circuli in unico tantum puncto se tangunt interius; ut etiam exterius: linea etiam recta circularem in unico puncto tangit.* (Fig. 12, 13, 21).

Demonstr. prima pars: si duo Circuli, seu duæ circulares peripheriæ non in puncto tantum, sed in parte extensa interius se contingunt; sit ea B A v. g., ad cujus extrema B A ex centris C D ducantur rectæ C B, C D A: modo sic: D A, & D B. sunt æquales, quia sunt radii ejusdem circuli (*ax.* 3. *n.* 60.): addita ergo utrinque C D, erit C D A æqualis duabus C D cum D B. Rursus C A est æqualis lineæ C B. (*ax.* 3. *n.* 60.); ergo C B par est duabus C D, D B (*ax.* 3. *n.* 27.); quod est impossibile.

Secunda pars: In secundo casu ductis ad punctum B rectis D B, C B, erunt D B = D A; C B = C A (*ax.* 3. *n.* 60.): ergo tota C B D esset æqualis toti C A D, quod est impossibile (*n.* 48.) Contactum lineæ rectæ, & circularis in puncto etiam fieri, ex ipsarum linearum genesi constat; ex puncto enim contactus B (Fig. 21.) recta B E perpetuo recedit a centro O, curva autem B R perpetuo recedit a recta B E; & ex eodem puncto versus centrum perpetuo incurvatur.

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

76. *Si recta* A F (Fig. 14.), *ad chordam* D E *perpendicularis, eam per medium secet; per centrum* F *transibit: & vicissim si per centrum* F *transeat, & chordam* D E *perpendiculariter secet; per medium secabit eandem chordam, & chordæ arcum* D A E.

Demonstr. prima pars: Recta R F transit per omnia

nia puncta æqualiter ab extremis D E distantia (*n.* 69.); ergo transit per centrum F, quod a singulis peripheriæ punctis æqualiter distat.

Secunda pars. Punctum F, circuli centrum, æque distat a D, & E (*n.* 49.); ergo etiam punctum R, communis chordæ, & perpendicularis A F interfectio (*n.* 64). Tertia pars demonstratione non indiget: Ex prima scilicet, & secunda parte punctum A æqualiter distat ab extremis D E: chordæ igitur D A, A E, & consequenter arcus, quos subtendunt, sunt æquales.

COROLLARIUM.

77. Recta quæcumque R F (Fig. 14.) per circuli centrum transiens, & chordam D E per medium secans, eam perpendiculariter secat. Duo siquidem, per hypothesim, habet puncta F, R, æqualiter ab extremis D, E distantia: ergo est perpendicularis ad chordam, ut (*n.* 68) demonstravimus.

PROPOSITIO X. THEOREMA.

78. *Diameter* A B (Fig. 17.) *est omnium chordarum maxima: Cæterarum* CD, H O *&c. ea major est, quæ fuerit diametro seu Centro propior.*

Demonstr. prima pars. Ducantur ex centro E ad chordæ cujuscumque C D extremitates rectæ E C, E D: C D minor est, quam C E D (*n.* 48.): diameter autem A E B æqualis est C E D (*n.* 60. *ax.* 3.): ergo diameter major est, quam chorda.

Secunda pars. Statuantur parallelæ chordæ C D, H O; erit arcus H O minor, quam arcus C D, ut est per se notum: ergo & chorda H O minorem arcum abscindens, minor est, quam chorda C D majorem arcum subtendens (*ax.* 3. *n.* 60.)

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

79. *Si ex puncto quocunque* A (Fig. 18.) *intra circulum, sed extra illius centrum plures ad peripheriam ducantur rectæ; major est* A C *per centrum transiens; reliqua pars* A O *diametri est minima omnium; Cæteræ eo sunt minores, quo a maxima* A B C *remotiores, & ad minimam* A O *magis accedunt.*

De-

Demonſtr. Ex centro B ducantur B D, B R: modo ſic: A B cum B D ſunt majores, quam A D (*n*. 48.), & æquales rectæ A C: ſunt enim B C, B D æquales (*ax*. 3. *n*. 60.), additurque utrinque A B: ergo A C eſt major, quam A D.

Secunda pars. B O eſt æqualis lineæ B R (*ax*. 3.); ſed B A cum A R ſunt majores, quam B R (*n*. 48.): igitur B A cum A R major eſt, quam B A O; & ablata utrinque B A communi, erit A R major, quam A O. Tertia pars ex ipſa circulorum geneſi patet, neque demonſtratione indiget.

COROLLARIUM.

80. Ex quocunque igitur puncto intra circulum, ſed extra centrum, duæ tantum rectæ A R, A R ad peripheriam duci poſſunt æquales, ac proinde ſi ex puncto aliquo pluſquam duæ duci poſſint æquales; id punctum erit centrum. Si enim aliter fieri poſſet; ſint æquales A R, A R, A D: earum ſaltem duæ ad eandem partem O R C jacent, eſtque una A D diametro A C propior, quam altera A R: ſunt igitur inæquales: rectæ igitur æquales A R, A R non ad eandem partem duci poſſunt.

PROPOSITIO XII. THEOREMA.

81. *Si a puncto quocunque* A (Fig. 19.) *extra circulum ad illius peripheriam* B R E *ducantur rectæ* A B, A R, A E; *minima eſt* A B, *quæ producta, per centrum* D *tranſit*; *Cæterarum* A R, A E, *ea minor* A R, *quæ fuerit minimæ propior*.

Ex centro D ducantur D R, D E. Demonſtr. Prima pars. D A minor eſt, quam D R A (*n*. 48.): auferantur ex ſingulis partes D B, D R æqu les (*n*. 60.), ſuperſunt B A, & R A inæquales; B A minor, quam R A (*n* 27.). Secunda pars ex circulorum geneſi eſt manifeſta. Hæc propoſitio præter alia uſum habet in Aſtronomia: cometas, & planetas aliquos ex puncto extra eorum orbitas poſito ſpectamus: eorum igitur magnitudines apparentes, velocitates, diſtantiæ, magnitudinis incrementa & decrementa ſecundum hanc propoſitionem dimetienda ſunt.

PRO-

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

82. *Si recta quæcunque* D E (Fig. 21.) *circulum tangat in* B , *&* *ex centro* O *ad contactum ducatur recta* O B ; *erit* O B *perpendicularis ad tangentem* D E ; *&* *si* B O *ex contactu ducatur ad tangentem perpendicularis ; per centrum* O *transibit*.

Demonstr. prima pars. Recta O B ex centro ad contactum B ducta est brevissima omnium rectarum, quæ ad tangentem duci possunt, cum ad peripheriam pertingat; reliquæ vero, ut O O ultra producantur: ergo O B est perpendicularis (*n.* 70.).

Secunda pars. Si in perpendiculari B O non est centrum; sit in alia quacunque B X: ergo B X est perpendicularis ad D E, ut modo demonstravimus; & etiam O B est perpendicularis ad D E per hypothesim: duæ igitur perpendiculares ex eodem rectæ D E puncto B ducuntur; quod est impossibile (*n.* 66.) Gravia omnia corpora perpendiculariter ad horizontem cadunt, & descendunt; hæc communis omnium corporum lex in physicis demonstratur: ex lege igitur physica, atque demonstrata modo propositione gravia corpora in telluris centrum tendunt.

PROPOSITIO XIV. THEOREMA.

83. *Inter rectam tangentem* D E (Fig. 21.), *&* *peripheriam* B R *duci non potest alia recta* B S *per punctum contactus* B , *quin circulum secet : maxime vero per contactus punctum* B *infinitæ lineæ circulares duci possunt, quæ &* *rectam* D E, *&* *peripheriam in puncto* B *contingant*.

Demonstr. prima pars. Si alia recta B S esset etiam tangens, & non secaret circulum; recta O B, ex centro ad contactum ducta, esset perpendicularis ad utramque B E, B S (*n.* 82.); & vicissim (*n.* 67.) : ergo ex eodem puncto B erigi possent duæ perpendiculares B E, B S ad eamdem rectam O B, quod est impossibile (*n.* 66).

Secunda pars. Diametro B O T (Fig. 11.) in infinitum producta, ex infinitis ejus punctis, tamquam centris, totidem per contactum B ducantur circuli : omnes peripheriæ & rectam A A, & circulum T B,

& se invicem in puncto solum B contingent (*n.* 75.) Datum igitur circuli, aut sphæræ cujuscunque punctum E, v. g. (*Fig.* 13.) una tantum recta, aut planum F E G tangere potest. Plurima hinc in catoptrica circa radiorum e speculis reflexiones; plurima in Geographia, & Sphæra demonstrabuntur, cujusmodi est, quod duo habitatores eumdem habere horizontem sensibilem nequeant; quod unicus tantum ejus habitatoris horizon esse possit, &c.

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

84. *Omnes anguli, quantumvis infiniti*, M B A, A B N, N B X (Fig. 3.) *supra rectam* M X *in eodem puncto* B *a quibuscunque rectis in id punctum cadentibus efformati, æquales sunt duobus rectis; omnes vero anguli* O O O (Fig. 22.) *a quibuscunque lineis in eodem puncto* O *se se secantibus formati, quatuor rectis æquantur.*

Demonstr. prima pars. Ex puncto B, tamquam centro, supra rectam M X describatur semicirculus M A X, cujus peripheria valet 180 gradus (*n.* 53); duorum rectorum mensuram (*n.* 61); & mensuram etiam omnium angulorum, qui in puncto B supra rectam M X formantur, ut numero 56 explicavimus: ergo &c.

Secunda pars. Omnes anguli O O O O circa idem diametri A B punctum, circuli centrum, formati, habent integram circuli peripheriam pro mensura: eorum igitur mensura sunt 360 gradus, seu 4 angulorum rectorum mensura (*n.* 53.): eorum igitur angulorum summa valet quatuor angulos rectos.

COROLLARIUM.

85. Anguli ad verticem oppositi N, R (Fig. 23.) sunt æquales. Duo enim anguli X, & R sunt æquales duobus rectis; cum a recta B R in rectam X X incidente supra eamdem rectam X X efficiantur (*n.* 84): ob eamdem causam erunt duobus rectis æquales duo anguli X, & N: sunt igitur æquales summæ angulorum R, X, ex una parte, X, N ex alia: ablatoque communi angulo X ab utraque parte, relinquuntur anguli N, R æquales. (*ax.* 6. *n.* 27.)

DE-

DEFINITIO.

86. *Sinus* arcus BH (Fig. 16.) est recta BI ab extremitate ipsius arcus B ad radium DH per aliam ejusdem arcus extremitatem H ductum perpendicularis. *Sinus* BI dicitur indiscriminatim *Sinus* arcus BH, vel anguli BDH, seu BDI, cujus prædictus arcus est mensura. Generatim autem *Sinus* anguli cujuscunque BDI est recta BI ab extremitate unius lateris ad aliud latus perpendicularis. Ut igitur anguli cujuscunque A (*Fig.* 34.) sinum habeas, ab extremitate B ducemus BX ad aliud latus AXC perpendicularem: quo in casu latus AB radii vices agit. In eodem, aut æqualibus circulis *Sinus* æquales BI, IC sunt sinus æqualium arcuum BH, HC, aut æqualium angulorum BDI, CDI, ut est manifestum

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

87. *Si obliqua* XX, *aut* BC (Fig. 23. 25.) *duas rectas parallelas* AB, CD *secuerit; erunt* primo *alterni anguli* N, M, *aut* O, S *æquales*: Secundo *duo ad eamdem partem interni* R, S *simul sumpti æquantur duobus rectis*. Tertio *externus v. g.* N *opposito interno* V *æqualis est*.

Demonstr. prima pars. Ex sectionibus C, & B, tamquam centris, communi intervallo CB describantur arcus R, S inter easdem parallelas; ducanturque rectæ CA, BD ad singulas parallelas perpendiculares, quæ erunt angulorum N, M, seu arcuum R, S sinus, & inter se æquales, ex parallelarum definitione (*n.* 59. 86). Sunt igitur æquales arcus R, S (*n.* 86), & consequenter anguli N, M, quorum sunt mensuræ (*n.* 56). Idem pari modo de angulis R, V (Fig. 23.) demonstrabitur.

Secunda pars. Anguli R, & O simul æquantur duobus rectis (*n.* 84): Sed angulus O idem est, atque angulus S, per primam partem: ergo anguli R, S simul sumpti æquantur duobus rectis.

Tertia pars. Angulus S par est angulo O, per primam partem: angulus O par est angulo X opposito ad Verticem (*n.* 85.): ergo angulus S par est angulo X opposito externo (*ax.* 3. *n.* 27).

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

88. *Si a recta* X X, *aut* B C (Fig. 23. 25.) *duas rectas* A B, C D *secante, fiant alterni anguli* N, M *æquales; aut duo ad eamdem partem interni* R, S *simul æquales duobus rectis; aut externus* X *æqualis opposito interno* S; *erunt duæ rectæ* A B, C D *parallelæ*.

Hæc propositio est prioris conversa.

Demonstr. prima pars. Ducantur, ut prius, rectæ A C, B D, & arcus R, S; sunt æquales anguli N, M, per hypothesim: erunt etiam æquales arcus R, S, eorum angulorum mensuræ (*n.* 56): ergo etiam rectæ A C, B D prædictorum arcuum, & angulorum æqualium sinus (*n.* 86): æquidistant igitur A B, C D, & consequenter sunt parallelæ.

Secunda pars. Duo anguli R, O simul sunt æquales duobus rectis (*n.* 84): idem est de duobus angulis R, S; ablato igitur utrinque communi angulo R, supersunt duo anguli S, O æquales inter se, & alterni: ergo per primam partem erunt A B, C D parallelæ.

Tertia pars. Angulus X est par angulo O ad verticem opposito (*n.* 85): quoniam igitur ponitur æqualis angulo S interno opposito; erit angulus S alterno O æqualis: & rectæ A B, C D parallelæ per primam partem. Mirum est, quam late per totam mathesim, & physicam etiam extendatur duplicis hujus propositionis usus. Neque Geometria, neque Astronomia starent, nisi duplex hæc veritas constaret: eam igitur Tyrones sibi efficiant maxime familiarem.

DEFINITIO.

89. *Angulus in Semicirculo* est O M O (Fig. 32), cujus apex in peripheria, & laterum extrema in diametri O O extremitatibus cadunt. Universim *Angulus in Segmento* v. g. A E D C est A D C, cujus apex est in ejus segmenti peripheria, laterum extrema in ejusdem arcus extremitates A C (Fig. 26.) cadunt. *Angulus* autem *Segmenti* B E C. v. g. est angulus A B C, quem tangens A B, & chorda ejusdem segmenti efficiunt. (Fig. 27).

DE-

DEFINITIO.

90. *Angulus ad centrum* eſt A B C (Fig. 26), cujus apex in centro, & latera ſunt duo circuli radii A B, C B. *Angulus ad peripheriam* eſt A D C, cujus vertex in peripheria, latera intra circulum cadunt; dicitur etiam *Angulus inſcriptus*. *Angulus circumſcriptus* eſt E F G, cujus apex F eſt extra circulum; latera peripheriam tangunt.

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

91. *Angulus Segmenti cujuſcunque, v. g.* A B C (Fig. 28.) *habet pro menſura dimidium ejuſdem Segmenti* B H C *arcum* B H, *aut* H C.

Demonſtr. Ducatur diameter E F chordæ B C parallela, & alia item diameter H G ad eamdem perpendicularis, & radius inſuper I B ad tangentem D A rectus: modo ſic: H G & chordam B C, cui eſt perpendicularis, & arcum B H C per medium ſecat (*n.* 76); eſtque arcus B H, dimidium arcus B C, menſura anguli B I H (*n.* 56): ſed idem eſt menſura anguli A B C: ſunt enim anguli I B A, H I E æquales, utpote recti (*n.* 61): ablatis igitur utrinque angulis B I E, & I B C alternis inter parallelas B C, E F, ac proinde æqualibus (*n.* 87); ſuperſunt anguli H I B, A B C æquales (*ax.* 6. *n.* 27): habent proinde eamdem menſuram (*n.* 56).

Idem demonſtrabitur de angulo C B D relate ad arcum B B C, ejus ſcilicet ſegmentum; cum enim duo anguli C B A, C B D, ſint duobus rectis æquales (*n.* 84), habeant ſemicircumferentiam pro menſura (*n.* 61), ſitque arcus B H menſura anguli C B A; erit arcus B E G, reliqua ſemicircumferentiæ H E G pars, & ſegmenti B G C dimidium, anguli C B D menſura.

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

92. *Angulus* A B C (Fig. 29) *ad circumferentiam habet pro menſura dimidium arcus* A C, *cui inſiſtit; eſtque proinde dimidium anguli ad centrum in eodem arcu inſiſtentis.*

Demonſtr. Anguli M, N, O, cum ſint duobus re-

ctis æquales (*n.* 84), habent pro mensura semicircumferentiam circuli, quæ ab angulorum lateribus BA, BC in tres arcus est divisa : cum igitur anguli M, O habeant pro mensura dimidia suorum arcuum, aut segmentorum X, Z (*n.* 91); angulus N habebit pro mensura dimidium reliqui arcus AC, cui insistit; eo enim pacto tria trium arcuum dimidia semicircumferentiam efficiunt.

Secunda pars. Anguli ABC (Fig. 26) ad centrum mensura est arcus integer AC, cui insistit (*n.* 56) : anguli autem ADC ad circumferentiam mensura est dimidium arcus ejusdem AC, cui etiam insistit, ut modo probavimus : ergo angulus ADC est dimidium anguli ABC.

COROLLARIUM.

93. Omnes anguli OOO (Fig. 30.) ad circumferentiam, & in eodem arcu insistentes sunt æquales : Omnes enim sunt dimidium ejusdem anguli ad centrum, qui in eodem arcu AC insistit. *Ex eadem ratione angulus CBD* (Fig. 31.) *in semicirculo est rectus* : *in segmento minore BEC* (Fig. 27.) *est major recto : in segmento majore BFC est minor recto.*

Demonstr. Angulus CBD habet pro mensura quadrantem circuli, dimidium scilicet semicirculi CND, cui insistit (*n.* 91): ergo est angulus rectus. Rursus angulus BPC insistit in arcu BFC majori, quam semicirculus : angulus autem F in arcu BEC minori : cum ergo eorum arcuum dimidia sint prædictorum angulorum mensuræ (*n.* 91); primus majorem, secundus minorem quadrante habet mensuram : primus igitur est recto major, secundus vero minor. Veritates postremis hisce propositionibus, & corollariis demonstratæ frequentem in opticis habent usum.

ELEMENTUM SECUNDUM.

De figuris planis, earumque proprietatibus.

DEFINITIO.

94. *Figura plana* est quæcunque superficies plana lineis undique terminata ; quæ latera figuræ plerumque

que dici solent. Si ad latera attendamus, in *Rectilineas*, *Curvilineas*, & *Mixtilineas* dividuntur figuræ. *Rectilineæ* sunt, quæ rectis: *Curvilineæ*, quæ curvis: *Mixtilineæ*, quæ partim rectis, partim curvis lineis terminantur. Figura *Regularis* est, quæ & angulos, & latera habet inter se æqualia. *Irregularis* est, cujus latera, vel anguli, aut utraque sunt inter se inæqualia; anguli scilicet angulis, latera lateribus.

DEFINITIO.

95. Latera figuræ simul sumpta ejusdem figuræ *perimeter*, & *ambitus* nuncupantur. *Area* vero est spatium a lateribus comprehensum. *Basis* est latus quodcunque A C (Fig. 34), quo innititur figura. *Vertex* est punctum B basi oppositum, & ab illa remotissimum. *Altitudo* figuræ cujuscunque est perpendicularis a Vertice in basim ducta v. g. B X. Aliquando cadit extra figuram, atque illius basim: id vero tam in planis, quam in solidis, ut videre est in figuris (16. 91:) Altitudo trianguli I T X non est T S, sed recta perpendicularis X: corporis similiter X I obliqui altitudo est V V, tota extra basim cadens.

DEFINITIO.

96. Figura rectilinea *æquilatera* C A B D (Fig. 35.) est, quæ habet omnia latera sibi mutuo æqualia. Dicitur *æquiangula*, si habeat omnes angulos sibi mutuo æquales. Duæ autem, aut plures figuræ sunt *sibi mutuo æquilateræ*, aut *æquiangulæ*, si unius latera, aut anguli (licet inter se inæquales) lateribus, aut angulis alterius sint æquales; singula singulis; ut in (Fig. 24.) anguli A, & L; C, & O; M, & B: latera item M O, & B C &c. æquantur.

DEFINITIO.

97. *Triangulum planum* est superficies tribus lineis comprehensa, puta N Y M (Fig. 39). Relate ad latera dicitur *Rectilineum*, *Curvilineum*, *Mixtilineum*, & *Æquilaterum* (quæ nomina superius explicavimus): *Isosceles* est, cujus duo solum latera sunt inter se æqualia, ut O M O (Fig. 32.) *Scalenum*, cujus omnia

 la-

latera sunt sibi mutuo inæqualia, ut A B C (Fig. 34.) Si angulos spectes, dicitur *Rectangulum*, quod angulum habet rectum, ut O M O (Fig. 32.) *Acutangulum*, cujus omnes anguli sunt acuti, ut M O L (Fig. 24.) *Obtusangulum*, cujus alter angulus est obtusus, ut A B C (Fig. 34.) Latus O O (Fig. 32.) angulo recto M oppositum dicitur *Hipothenusa*.

DEFINITIO.

98. *Figura quadrilatera Rectilinea* est superficies plana 4 rectis lineis comprehensa. Dividitur in *Quadratum*, *Rectangulum*, *Rhombum*, *Rhomboidem*, *Trapezium* &c. *Quadratum* est C D (Fig. 35), quod latera habet æqualia, & angulos rectos. *Rectangulum* C D A (Fig. 38) est, quod angulos omnes habet rectos: at opposita tantum latera sibi mutuo æqualia. *Rhombus* est C A D (Fig. 37.) quadrilaterum æquilaterum, sed non æquiangulum. *Rhomboides* est quadrilaterum C D (Fig. 36.), quod neque æquilaterum, neque æquiangulum est; sed latera tantummodo, & anguli oppositi sunt æquales. *Trapezium* denique est quodcunque quadrilaterum Z S T R (Fig. 56.), cujus opposita latera sunt inæqualia.

DEFINITIO.

99. *Parallelogramum* est quodcunque quadrilaterum T S H L (Fig. 60), cujus opposita latera sunt parallela. Omne Quadratum, Rectangulum, Rhombus, & Rhomboides sunt Parallelograma. *Diagonalis* Quadrilateri est recta A B (Fig. 35. 36. &c.) ab uno ad oppositum angulum ducta. Omnis figura plana, quæ plura, quam quatuor, latera habeat, dicitur generali voce *Polygonum*. *Angulus externus* cujuscunque figuræ est B C D v. g., quem latus A C exterius productum una cum alio latere C B adjacente efficit. (Fig. 40.).

PROPOSITIO XX. THEOREMA.

100. *Omnes anguli* N, M, Y (Fig. 39.) *cujuscunque trianguli Rectilinei simul sumpti æquantur duobus rectis: externus autem* D C B (Fig. 40.) *duobus internis oppositis* A B *æqualis est*.

De-

Demonstr. prima pars. Per punctum Y, apicem trianguli, ducatur recta A E basi parallela: modo sic: tres anguli Z Y X æquantur duobus rectis (*n.* 84); sed angulus Z angulo N alterno, angulus X angulo M etiam alterno æquales sunt (*n.* 87): ergo tres anguli N, Y, M duobus rectis æquantur.

Secunda pars. Per apicem C ducatur C L basi A B parallela: angulus I par est angulo B alterno (*n.* 87): angulus item O par est interno opposito A (*n.* 87): ergo totus externus D C B duobus simul internis A B æqualis est. Vix alia est in Geometria Elementari propositio, quæ & pulcrior sit, & unde uberiores proveniant fructus.

COROLLARIUM I.

101. Summæ trium angulorum in quocunque triangulo sunt æquales, seu eædem: cum omnes sint duobus rectis æquales. Similiter si in quocunque triangulo aliquis angulus sit rectus, aut obtusus; reliqui duo erunt acuti: ac proinde quodcunque triangulum unicum habere potest angulum rectum, aut unicum obtusum. Nisi enim ita esset; Summa trium angulorum major esset duobus rectis; ut ex se patet; quod est impossibile.

COROLLARIUM II.

102. Si duo triangula angulum angulo parem habuerint; etiam summæ reliquorum angulorum erunt æquales. Si autem duos angulos duobus habeant æquales; etiam tertium tertio parem habebunt. Cum enim sint in utroque triangulo summæ angulorum æquales, ut modo demonstravimus; si æqualia ex his summis auferantur, quæ remanent, etiam sunt æqualia.

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

103. *In quocunque triangulo (de rectilineis semper loquimur) majus latus* C D (Fig. 31.) *majori angulo* B *opponitur*; *& major angulus* B *majori lateri* C D.

Demonstr. per puncta B C D sit circulus descriptus. Quoniam latus, seu chorda, C D ponitur duobus reliquis

liquis majus; etiam arcus C N D erit singulis reliquis major (*ax*. 3. *n*. 60): ergo angulus B majori arcui insistens major erit, quam D, aut C minoribus insistentes (*n*. 92).

Secunda pars. Angulus B singulis D C major est per hypothesim: ergo arcus C N D, cui insistit, & cujus dimidium habet pro mensura (*n*. 92), est major singulis arcubus D B, & B C (*n*. 56): ergo etiam chorda, seu latus C D, major est latere D B, aut B C.

COROLLARIUM.

104. In quocunque igitur triangulo v. g. A O B (Fig. 41.) latera æqualibus angulis opposita sunt æqualia; & anguli æqualibus lateribus oppositi sunt æquales: ac proinde si triangulum sit æquiangulum, etiam erit æquilaterum: & si sit æquilaterum, etiam erit æquiangulum: nisi enim ita esset, fieret, ut latera æqualia inæqualibus angulis; æquales anguli inæqualibus lateribus in eodem triangulo opponerentur, ut ex se patet: hoc autem est impossibile, ut in propositione demonstravimus. Unde etiam infertur, inæquales esse angulos, qui inæqualibus lateribus opponuntur, & vicissim.

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

105. *Si duo triangula* (Fig. 42.) *habuerint angulum* I *alteri* O *æqualem*, *& latera æquales angulos comprehendentia etiam æqualia*, *hoc est*, A I *æquale* D O, I Z *&* O V *item paria*; *& bases*, *& reliqui anguli erunt æquales*. *Similiter si duo triangula* A I Z, D V O *fuerint sibi æquiangula*, *& latera* A Z, D V *inter æquales angulos comprehensa habuerint æqualia*; *in reliquis omnibus erunt etiam æqualia*.

Demonstr. prima pars: Superimponatur triangulum triangulo; aut ita supra imponi concipiatur, ut angulus I angulo O pari congruat: puncta D, V in puncta A, Z cadent, ob æqualitatem laterum: anguli igitur angulis; latera lateribus congruunt, & tota erunt æqualia.

Secunda pars: Si triangulum D V O triangulo A Z I imponatur, cadatque D V supra A Z, necessario punctum O cadet etiam supra punctum I; si enim caderet

ret extra punctum I, v. g. in puncto R, essent anguli Z, & V inæquales, contra hypothesim; cum mutuo sibi impositi non congruerent.

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

106. *Si duo triangula* (Fig. 42.) *habuerint omnia latera sibi mutuo æqualia; etiam anguli æqualibus lateribus oppositi erunt æquales: hoc est, triangula duo mutuo æquilatera, etiam sunt mutuo æquiangula.*

Demonstr. Sunt per hypothesim æqualia A I, D O: I Z, O V; A Z, D V: dico, erunt etiam æquales anguli O, I: A, D: Z, V: Superimponatur triangulum D V O triangulo A I Z inscripto in circulo, D V lateri A Z; etiam punctum O cadet in I, eruntque tota æqualia: si enim caderet extra I v. g. in R; esset D O, hoc est, A R major, quam A I, contra hypothesim: si caderet in S, aut F, esset V O major, aut minor, quam Z I, iterum contra hypothesim: essent enim inæqualium arcuum ejusdem circuli chordæ: ergo necessario punctum O, cadet in I.

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

107. *Diagonalis* A B *dividit Quadratum, Rectangulum, Rhombum, Rhomboidem in duas partes æquales: anguli oppositi sunt æquales: latera item opposita sunt æqualia, & parallela.* (Fig. 35, 36, 37, 38).

Demonstr. In omnibus hisce figuris sunt latera opposita æqualia: C B lateri A D; A C lateri D B (*n.* 98): triangula igitur A C B, A B D (Fig. 36. v. g.) sunt mutuo æquilatera: cum præter latera æqualia habeant A B commune: ergo congruunt, & sunt in omnibus æqualia (*n.* 106): ac proinde angulus C par est angulo D: idem de angulis B, A demonstratur. Anguli O, O alterni sunt item æquales; & consequenter C B, A D parallela (*n.* 86).

Cum certum aliunde sit, demonstratuque facillimum, immo postulari possit; omne parallelogramum, esse Quadratum, aut Rectangulum, aut Rhombum, aut Rhomboidem; quæ de hisce figuris modo demonstravimus, de parallelogramo etiam vera sunt. Universim tamen de parallelogramis res ita demonstratur. Quoniam latera opposita parallelogrami cujus-

cun-

cunque BC (*fig.* 45.) sunt parallela (*defin. n.* 97.); æquales sunt anguli V, & V : O, & O : triangula igitur A C D, A B D sunt æquiangula (*n.* 99.); & cum præterea habeant latus A D commune; sunt prorsus æqualia: latera igitur opposita, & anguli etiam oppositi æquantur, atque a diagonali in duo æqualia triangula dividitur parallelogramum.

PROPOSITIO XXV. THEOREMA.

108. *Quodcunque polygonum regulare* BAF (Fig. 33.) *circulo inscribi potest.*

Demonstr. Duo latera polygoni BA, AE rectis RC, OC perpendiculariter bisecentur: ex puncto C, in quo hujusmodi rectæ concurrunt, tamquam centro, intervallo C A descriptus circulus, per B A E F I, angulos scilicet polygoni, ducitur: eritque polygono circumscriptus. Nam in triangulis OCE, OCA sunt anguli O, O æquales, quia recti (*n.* 61): latera OE, OA etiam æqualia per constructionem: latus OC commune: ergo etiam sunt æqualia CE, CA (*n.* 105): ac proinde circulus ex centro C descriptus & transiens per A, etiam per E ducitur. Idem similiter demonstratur de CB, CI &c.

COROLLARIUM.

109. Quodcunque polygonum regulare AIF (Fig. 33) in triangula CBA, ACE æqualia, æquiangula, & æquilatera dividitur. Cum enim æqualia sint BA, AE per hypothesim, reliqua item latera BC, AC, EC æqualia, ejusdem nimirum circuli radii; erunt triangula BCA, ACE æquilatera; ac proinde sunt omnino æqualia. Ejusmodi etiam triangula polygoni regularis B A F habent eamdem communem altitudinem OC, seu RC. Cum enim sint æquales BA, AE, chordæ, aut latera polygoni; earum a centro C, triangulorum apice, distantiæ sunt æquales (*n.* 78): ejusmodi autem perpendiculares sunt triangulorum altitudines (*n.* 95): omnia igitur illa triangula communem habent altitudinem.

Hæc propositio, & corollarium viam nobis sternit ad circulorum areas dimetiendum, eorumque rationem, atque proportiones statuendum, ut statim exponetur.

PRO-

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA.

110. *Parallelograma* A C D B, E C D F (Fig. 51), *quæ eamdem, aut æqualem basim* C D, *& eamdem, aut æqualem altitudinem habent, seu inter easdem parallelas* C M, A F *existunt, sunt æqualia.*

Demonstr. A B, & E F, æquales tertiæ C D (*n.* 107), sunt æquales inter se: addita utrinque B E, erunt A E, B F æquales (*n.* 27): sunt item æquales C E, D F; C A, D B (*n.* 107): ergo triangula A E C, B F D sunt æquilatera, & omnino æqualia (*n.* 106). Ablato igitur utrinque triangulo B E O, erunt trapezia C O B A, D O E F æqualia (*n.* 27. *ax.* 6.): addito item utrinque communi triangulo C O D, erunt tota, seu parallelograma C A B D, C E F D æqualia (*ax.* 6. *n.* 27).

COROLLARIUM.

111. Triangula quæcunque C A D, C E D ejusdem, aut æqualis basis, & ejusdem, aut æqualis altitudinis sunt æqualia. Sunt enim dimidia parallelogramorum A C D B, C D F E, quæ super communem triangulorum basim C D, & cum eadem altitudine describuntur. Generatim triangulum quodcunque A C D, est dimidium parallelogrami cujuscunque C D F E, æqualem basim, & altitudinem habentis: est enim dimidium alterius parallelogrami A C B D sub eadem basi & altitudine constructi: quod est priori parallelogramo æquale, ut modo in propositione demonstravimus. Unde etiam, & ex superius demonstratis numero 107 evidenter infertur, quodcunque triangulum M K L æquale esse parallelogramo cuicunque M K N O (Fig. 52.) eamdem altitudinem, & dimidiam basim, vel eamdem basim, & dimidiam altitudinem habenti.

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

112. *In triangulo rectangulo* A B C (Fig. 53.) *quadratum lateris oppositi angulo recto est æquale duobus simul reliquorum laterum quadratis: hoc est*, A E *est æquale duobus simul* A I, B G.

De-

Demonstr. Ex angulo recto B ducatur recta BE; & BL parallela rectæ CE: ducatur item AG. Quoniam triangula ACG, BCE habent æqualia AC, CE; & BC, CG, & angulos BCE, ACG item æquales, cum ad angulos OO rectos, ac proinde æquales (*n.* 61), addatur communis ACB (*ax.* 6. *n.* 27); erit totum triangulum BCE parallelogrami KCEL dimidium, cum eamdem habeant basim CE, & inter easdem parallelas EC, LB existant (*n.* 111): ob eamdem rationem erit triangulum ACG parallelogrami quadrati BCG dimidium: quadratum igitur BCG, & rectangulum KCE sunt æqualia; cum sint æqualium dupla. Eodem pacto demonstrabitur rectangulum KD quadrato AI esse æquale: duo igitur quadrata simul AI, BG duobus simul rectangulis DK, KE, hoc est, quadrato AE sunt æqualia.

SCHOLION I.

113. *Ex demonstratis modo theorematis quascunque figuras planas dimetiendi modum eruimus. Communis autem, qua utimur in dimetiendis superficiebus, mensura est alia item, & nota superficies, Pes scilicet, aut palmus quadratus, hoc est, quadratum, cujus singula latera pedalem, aut palmarem habent extensionem: ad majores item superficies adhibetur ulna, hexapeda, vel etiam leuca quadrata. Quadrata pro communi mensura adhibemus, quia ob angulorum, & laterum æqualitatem sunt commodiora. Porro ad lineas, seu extensionem quamcunque dimetiendam aliis etiam notæ extensionis lineis utimur, puta palmo, pede, hexapeda, leuca lineari &c.*

Ut quadrati cujuscunque BC (Fig. 47.) *aream dignoscas, notis prius lateribus, seu uno tantum latere (sunt enim omnia æqualia), unum in aliud latus duces, seu latus quodcunque AB in seipsum duces. Sit AB quatuor pedes longum, & in totidem pedes divisum, ut & latus AC: ductisque per singula divisionum puncta rectis perpendicularibus, tota area quadrati in quatuor ordines secundum altitudinem est divisa; singuli ordines in quatuor pedes, ut & ipsa figura demonstrat.*

Ex eadem ratione, ut rectanguli BD (Fig. 46.) *aream dignoscas, altitudinem BC* (4) *per basim BA* (6) *mul-*

(6) *multiplica; productum* 24, *seu* 24 *pedes quadrati erunt tota rectanguli area. Universim vero cujuscunque parallelogrami* C E F D *v. g.* (Fig. 55) *aream elicies, si illius altitudinem* C A *per basim* C D *multiplices: est enim quodcunque parallelogramum* C E F D *rectangulo* D A, *eamdem basim, & altitudinem habenti, æquale, ut superius demonstravimus* (n. 110): *eodem igitur modo & parallelogramum, & rectangulum metiri opus est; altitudinem scilicet in basim ducendo.*

Quoniam triangulum quodcunque C E D (Fig. 51) *est dimidium parallelogrami* C F, *aut rectanguli* C B *eamdem basim, & altitudinem habentis; patet, aream trianguli recte elici, si dimidiam altitudinem per basim multiplices. Notatum hic iterum tyronibus velim, quod superius diximus, ne scilicet figuræ altitudinem cum illius latere confundant, licet interdum utrumque sit idem.*

SCHOLION II.

114. *Area cujuscunque polygoni regularis* (Fig. 33) *habetur, si dimidiam altitudinem alterius eorum triangulorum, in quæ resolvitur polygonum, per omnia polygoni latera, seu per integram ejus circumferentiam multiplices; seu integram altitudinem in medium perimetrum, seu circumferentiam ducas: perpendicularis enim* O C *est communis omnium triangulorum polygoni altitudo: perindeque elicitur polygoni area, ac plurium triangulorum æqualem basim, & altitudinem habentium. Sit v. g.* O C 4 *pedes longa: singula latera* B A, A E *v. g.* 8: 8 *in numerum laterum* (5) *ductus efficit* (40): *media altitudo* 2 *ducta in* 40 *efficit* 80 *pedes quadratos pro integra polygoni area.*

Ut Trapezium quodcunque Z R T S (Fig. 56) *aut polygonum irregulare dignoscas; prius in triangula, planarum figurarum simplicissima, dividenda sunt. Singulorum triangulorum modo supra posito dignoscendæ sunt areæ seorsim, quæ postea in unam summam collectæ integram Trapezii, aut polygoni areæ efficiunt.*

Circulus S M R (Fig. 57) *tamquam regulare polygonum, cujus latera sint infinita, & infinite parva, spectari recte potest. Si enim circulo ejusmodi inscribatur polygonum regulare* S T M N P *quinque laterum* (n. 106): *postea vero singuli arcus* T M, M N, *quos subtendunt, aut secant prædicti polygoni latera, iterum bi-*

bisecentur in R R, ducanturque ex singulis polygoni angulis T M v. g. ad puncta R R novæ, & minores chordæ T R, R M, M R &c. novum efficitur polygonum circulo inscriptum, cujus latera sunt plura duplo, & duplo minora, quam primi; novumque polygonum magis ad circulum accedit. Quod si ita ulterius pergas, interceptos semper arcus dividendo, novaque minorum semper laterum polygona inscribendo, ad id polygonum devenies, cujus latera cum parvis, quos subtendunt, arcubus pene confundantur, totaque polygoni periphæria in circulum desinat, & pro circulari spectari possit. Unde polygonum regulare, cujus latera sint infinita, & infinite parva, est circulus; & circulus, tamquam hujusmodi polygonum spectari, & tractari debet.

Cum igitur circulus infinita habeat latera, in infinita dividitur triangula, quæ eamdem habent altitudinem, nempe radium, qui ad latera infinite parva, & in curvam peripheriam abeuntia est perpendicularis. Dimidius igitur radius, seu altitudo, in omnes infinitorum triangulorum bases, hoc est, in totam circuli periphæriam ductus efficit totam circuli aream. Eo enim pacto triangulorum areæ recte eliciuntur, ut supra docuimus. Unde ad circuli aream eliciendam, dimidium radium per totam circumferentiam, vel dimidiam circumferentiam per integrum radium multiplica.

Est quippe circulus quicunque G A F æqualis triangulo M K L, cujus altitudo K M sit radius circuli, basis autem K L circumferentiæ circuli æqualis. Unde etiam, & ex superius demonstratis liquet, circulum esse æqualem rectangulo K O, cujus altitudo sit radius, basis autem K N dimidiæ circumferentiæ æqualis: triangulum enim M K L circulo H G E æquale, eidem rectangulo æquatur (n. 111). *Quoniam autem idem triangulum M K L est dimidium parallelogrami K P eamdem altitudinem M K (radium), & eamdem basim K L (circumferentiæ æqualem) habentis* (n. 111); *erit circulus ejusdem parallelogrami dimidio æqualis* (Fig. 52).

115. *Inferius demonstrabimus, fieri posse quadratum rectangulo K O æquale, hoc est, quadratum æquale circulo, cui par est dictum rectangulum. Inventa igitur esset geometrica circuli quadratura, seu æqualitas inter circulum datum, & quadratum etiam notum: circulusque, tamquam quadratum tractari posset, si id unum assequeremur, in quo rei cardo vertitur, exactum scilicet*

pe-

peripheriam circuli geometrice dimetiendi modum, & rationem; inventaque esset & nota ratio, quam habet radius circuli ad circumferentiam; seu aliis terminis, si recta geometrice inveniri posset, quae sit dati circuli circumferentiae aequalis: antiquissimum problema, cujus solutio geometrica, per duo & amplius annorum millia quaesita, adhuc desideratur. In usu tamen, ut plurima, quae hinc pendent, resolvantur problemata, citra sensibilis erroris periculum aliqua ex tribus sequentibus diametrum inter, & circumferentiam rationibus uti potes: prima, & commodissima, quae Archimedi tribuitur, statuit diametrum esse ad circumferentiam, ut 7 ad 22, seu ut 1 ad 3 proxime: propius tamen ad veritatem Adrianus Metius posuit 113 ad 355: Leopoldus tandem a Ceulen 100 ad 314. Problemata aliqua utilia, quae suum hic haberent locum ad horum Elementorum calcem reperies.

ELEMENTUM TERTIUM.

De Planarum Superficierum, seu figurarum similitudine, & proportione.

DEFINITIO.

116. *Figurae similes* sunt quaecumque ejusdem speciei figurae sibi mutuo aequiangulae, & quarum latera aequalibus angulis opposita sunt proportionalia: v. g. si duo triangula (Fig. 58) habeant aequales angulos V v, O o, R r, sintque latera M ad m, & N ad n, ut Y ad i. Unde omnes figurae regulares ejusdem speciei sunt similes. *Segmenta Similia*, *Sectores*, seu *arcus similes* sunt illi, qui ad integros circulos, quisque ad suum, eamdem habent rationem, ut si arcus X sit ad circulum X A B (Fig. 59.), ut arcus X ad circulum X N R, quorum sunt portiones; erunt praedicti arcus similes.

Duae figurae quaecumque dicuntur habere *altitudines*, & *bases reciprocas*, si basis primae sit ad basim secundae, ut altitudo secundae ad altitudinem primae; ut si B A (Fig. 46, 47) sit ad A B, ut BD, ad AD. Centrum polygoni regularis (Fig. 33.) est centrum circuli, cui inscribitur.

LEMMA.

117. *Facta quæcumque, seu magnitudines ex aliis simplicioribus per multiplicationem factæ, rationem inter se habent compositam ex rationibus magnitudinum componentium.* Hanc propositionem, tamquam purum, & manifestum axioma, plurimi Geometræ exponunt, quin ullam demonstrationem adducant. Eam unico calami ductu Analytice demonstrarem, dependenter tamen a plurimis principiis, quæ commode huc afferri non possunt.

Demonstr. Sint duo facta, magnitudines numericæ continuæ, aut quæcumque aliæ A. B, quarum prima A rectangulum v. g. 30 palmos quadratos contineat, fiatque ex magnitudinibus 3, & 10, basi nisi nimirum, & altitudine in se invicem ductis: secunda vero B ex duabus item magnitudinibus v. g. 6, & 20 inter se multiplicatis producatur; erit A ad B in ratione composita ex ratione 3 ad 6, 10 ad 20: seu *exponens* A ad B idem est, atque exponens duarum magnitudinum 3, 10 ad 6, 20, se ipsas seorsim multiplicantium. Multiplicatio enim antecedentium 3, 10, & consequentium 6, 20, est vera multiplicatio exponentium duarum rationum 3 ad 6, 10 ad 20, ita ut novum producatur exponens, seu facta, quorum *exponentia* æquantur simplicium, & componentium magnitudinum exponentibus multiplicatis. In exemplo allato singulæ rationes 3 ad 6. 10 ad 20 habent pro exponente $\frac{1}{2}$: 2 ductus in 2 efficit 4; at facta 30 ad 120 etiam habent pro exponente $\frac{1}{4}$, quater enim prior continetur in secundo. Idem est in quibuscumque magnitudinibus, quæ numeris exprimi nequeant; in omni siquidem casu multiplicatis rationum terminis, seu antecedentibus, & consequentibus, multiplicantur etiam, & augentur eorum terminorum, seu rationum exponentia.

LEMMA.

118. *Facta quæcunque, aut magnitudines productæ ex magnitudinibus inæqualibus, per aliam communem magnitudinem multiplicatis, sunt inter se, ut magnitudines inæquales, ex quibus producuntur.*

Hæc

Hæc propositio ex sola terminorum explicatione fit evidens: sint duæ magnitudines quæcumque inæquales A 4, B 12, quæ in tertiam 10 seorsim ductæ duo efficiant producta D, 40, E, 120, dico, D erit ad E, ut inæquales magnitudines producentes A B sunt inter se. Cum enim altera ex magnitudinibus producentibus utrique facto sit communis, id solum erit discrimen, quod decem contineatur duodecies in E, & quater in D: at duodecim decies sumptum est ad 4 decies sumptum, ut 12 semel sumptum ad quatuor semel sumptum. Eadem demonstratio in quibuscumque magnitudinibus locum habet.

PROPOSITIO XXVIII. THEOREMA.

119. *Parallelograma quæcumque* G D, H F (Fig. 60) *ejusdem altitudinis* H D *sunt inter se, ut bases* G H, H L; *& si æquales, aut eamdem habuerint basim, erunt inter se, ut altitudines.*

Demonstr. Recta G H L utramque basim efficiens moveatur inter rectas G Q, L F sibi ipsi semper parallela, quoad cum recta Q D F congruat: hujusmodi motu utramque parallelogrami aream describit: cumque eadem sit utriusque altitudo H D, totidem lineæ singulas areas formabunt, quot sunt puncta in recta H D, utrinque scilicet pares: sunt præterea omnes rectæ in G D sibi mutuo, & basi æquales: idem de rectis in H F dictum habe: omnes igitur rectæ in G D, seu totum parallelogramum G D, sunt ad omnes rectas in H F, seu ad parallelogramum H F, ut singulæ ad singulas rectas, seu ut basis ad basim (*n.* 33). Secunda pars eodem modo demonstratur. Vera est propositio, etsi parallelogramum sit obliquum, ut H S: est enim recto H F ejusdem basis, & altitudinis æquale (*n.* 110).

COROLLARIUM.

120. Triangula quæcumque A C D, C E D (Fig. 51) ejusdem altitudinis D B, sunt inter se, ut bases; & si habuerint eamdem, aut æquales bases, erunt inter se, ut altitudines.

Demonstr. Triangula enim sunt dimidia parallelogramorum earumdem basium, atque altitudinum (*n.* 111):

111): Si igitur parallelograma, hoc est, tota sunt inter se, ut bases, si habeant eamdem altitudinem; & sunt, ut altitudines, si eamdem habeant basim; eadem quoque erit ratio triangulorum, seu medietatum (*n.* 34).

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

121. *Parallelograma quæcumque habent inter se rationem compositam ex rationibus basium, & altitudinum eorumdem: idem de triangulis verum est.*

Demonstr. Sint duo parallelograma CA, CB (Fig. 46, 47): area primi est factum ex CB altitudine in basim BA ducta: Similiter secundum parallelogramum est factum ex altitudine CA in basim AB ducta (*n.* 113): factum autem ex duobus antecedentibus CB, BA ad factum ex duobus consequentibus CA, AB rationem habet compositam ex eorumdem antecedentium rationibus ad prædicta consequentia, ut superius (*n.* 118.) demonstravimus. Eadem veritas ad parallelograma obliqua extenditur, cum quodlibet parallelogramum sit factum ex altitudine in basim ducta (*n.* 113).

Secunda pars ex eo demonstratur, quia triangula cum sint parallelogramorum, eamdem, ac triangula, basim, & altitudinem habentium dimidia, ac proinde partes similes; eamdem, ac sua tota, rationem habent (*n.* 34).

PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

122. *Parallelograma quæcunque* AN, NC (Fig. 38), *quæ habent bases, & altitudines reciprocas, sunt æqualia: hoc est, si basis* AR *sit ad basim* NX, *ut altitudo* NS, *ad altitudinem* RN; *erunt æqualia: & si sint æqualia, habent bases, & altitudines reciprocas.*

Demonstr. Supponantur primo parallelograma rectangula, & ita in angulo N aptentur, ut fiat tertium parallelogramum item rectangulum NB ex altitudine unius RN, & basi alterius NX; modo sic: Parallelogramum AN est ad RX, ut AR ad RB eorum bases (*n.* 119); rursus parallelogramum CN est ad RX, ut SN ad NR, eorum etiam bases (*n.* 119); sed AR est ad RB, seu NX sibi æqualem, ut SN ad

ad N R, per hypothesim: ergo parallelogramum C N est ad R X, ut parallelogramum A N ad idem R X (*ax.* 10. *n.* 27.); ergo duo parallelograma A N, N C sunt æqualia (*n.* 30).

Secunda pars. Quoniam A N, & N C sunt æqualia per hypothesim; eamdem rationem habebunt ad tertium parallelogramum R X (*n.* 29); A N autem est ad R X, ut basis A R ad basim R B, seu N X sibi æqualem (*n.* 119); similiter C N est ad R X, ut altitudo S N ad altitudinem N R (*n.* 119); est igitur A R ad N X, ut S N ad N R, bases scilicet reciproce, ut altitudines.

Vera est propositio de quibuscunque parallelogramis etiam obliquis: vel ad obliquos, vel ad rectangulos referantur: parallelogramum v. g. obliquum R Z T A ejusdem altitudinis, & basis, ac parallelogramum rectangulum A N, illique proinde æquale, eamdem habet rationem reciprocam, & æqualitatem ad parallelogramum rectangulum N C, atque parallelogramum A N: ac proinde si R T sit æquale parallelogramo N C, erunt eorum bases, & altitudines reciprocæ, & vicissim: cum ea sint vera in parallelogramo rectangulo A N, cui & in basi, & in altitudine, & in area æquale est R T.

COROLLARIUM I.

123. Triangula quæcunque æqualia habent bases, & altitudines reciprocas; & vicissim si habeant bases, & altitudines reciprocas, erunt æqualia. Quæcunque enim triangula sunt dimidia parallelogramorum, quæ easdem, ac triangula ipsa, bases, & altitudines habeant (*n.* 112); dimidia autem eandem inter se rationem habent, atque sua tota (*n.* 34): igitur &c.

COROLLARIUM II.

124. Si sint quatuor lineæ M, N, O, P, (Fig. 61) continue aut non continue proportionales; rectangulum factum ab extremis M, P erit æquale rectangulo facto ex mediis N, O: & vicissim. In eo siquidem casu ea duo rectangula haberent bases, & altitudines reciprocas: esset enim basis M ad basim N, ut alti-

tudo O ad altitudinem P; ergo essent æqualia ex modo demonstratis. Secunda pars in propositione fuit demonstrata.

COROLLARIUM III.

125. Datis tribus lineis M, N, O continue proportionalibus, rectangulum factum ex prima M, & tertia O æquale erit quadrato facto ex secunda. Sunt enim parallelograma (n. 99), quæ bases, & altitudines habent reciprocas; cum sit M, basis rectanguli, ad N basim quadrati, ut N quadrati altitudo ad O rectanguli altitudinem, per hypothesim.

LEMMA.

126. *Si rectæ X, Y, Z (Fig. 62.) parallelæ obliquam ANS æqualiter dividunt, æqualiter a se distant: & si æqualiter a se distant, rectam AS oblique incidentem æqualiter dividunt.*

Demonstr. Ex punctis O, N ducantur OE, NR perpendiculares ad Y, & Z: sunt æquales anguli OEN, NRS, quia recti: anguli item SNR, NOE (n. 87); & tandem anguli RSN, ENO (n. 102); latera item ON, NS sunt æqualia per hypothesim: ergo triangula OEN, NRS sunt omnino æqualia (n. 105); & distantiæ OE, NR pares.

Secunda pars. Ductis, ut prius, perpendicularibus OE, NR, sunt triangula OEN, NRS æquiangula, ut modo demonstravimus, & habent præterea latera OE, NR æqualia per hypothesim: ergo sunt æquilatera (n. 105); ac proinde æqualia latera ON, NS. Idem similiter de quacunque alia obliqua NVF demonstrabitur.

PROPOSITIO XXXI. THEOREMA.

127. *In triangulo quocunque* MNP (Fig. 63) *recta* RS, *laterum alteri* NP *parallela, alia duo proportionaliter secabit; & si secet proportionaliter, erit ad latus* NP *parallela.*

Demonstr. Sit MN in æquales partes v. g. 5 divisa, & ex divisionum punctis ducantur per aliud latus MP parallelæ AB, CD, RS, EF; dico; esse

MR

M R ad R N, ut M S ad S P: sunt enim M A, A C, C R, R E, E N æquales per constructionem: ergo parallelæ A B, C D, R S, &c. æquidistant (n. 126); ergo etiam sunt æquales M B, B D, D S, &c. (n. 126); ac proinde M R est ad M N, ut M S ad M P: seu M R ad R N, ut M S ad S P.

Secunda pars. Si D E (Fig. 64) secans proportionaliter latera A B, A C, non est lateri B C parallela; sit alia D X ad B C parallela: ergo erit A D ad D B, ut A X ad X C: quod est impossibile, cum positum sit, esse A D ad D B, ut A E ad E C.

COROLLARIUM.

128. Triangula quæcunque æquiangula A B C, abc (Fig. 66) sunt similia, hoc est, habent latera circa æquales angulos, aut æqualibus angulis opposita proportionalia. Superimponatur enim triangulum abc triangulo A B C, angulus scilicet a angulo A; uterque congruet: deinde cum sint æquales anguli b, B; c, C, per hypothesim; erunt B C, bc parallelæ (n. 88); ergo a b est ad A B, ut a c ad A C.

Similiter si duo triangula A B C, abc (Fig. 66) habeant angulum unum A angulo uni a æqualem, & latera circa æquales angulos proportionalia; erunt similia. Imponatur triangulum triangulo; ita ut anguli æquales congruant: quoniam est a b ad A B, ut a c ad A C per hypothesim; erunt bc, B C parallelæ (n. 127); ergo sunt æquales anguli c, C: & etiam anguli b, B (n. 87), & triangula similia.

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

129. *Si in triangulo rectangulo quocunque* A B C *ex angulo recto* A *ad basim* B C *ducatur perpendicularis* A D; *duo efficientur triangula* X Z, *& sibi, & toti* A B C *similia* (Fig. 67).

Demonstr. V & O sunt recti; ac proinde æquales angulo A; angulus B & triangulo X, & triangulo B A C est communis: ergo, quod superest, anguli Y & C sunt æquales (n. 102); & triangula X, B A C similia; quia æquiangula (n. 117). Eadem ratione: V & A sunt recti; C communis triangulis Z, & C A B:

 er-

ergo tertius T est æqualis tertio B (*n.* 102); & trianguli Z, A B C æquiangula, & similia (*n.* 117). Quoniam autem duo triangula X, Z sunt similia tertio A B C; sunt inter se similia.

COROLLARIUM.

130. In eodem casu (Fig. 67) perpendicularis A D est media pro ortionalis inter basis partes B D, D C. Quoniam enim triangula X, & Z sunt similia; habent latera circa æquales angulos O, V, seu æqualibus angulis opposita proportionalia: sunt autem æquales anguli C & Y; B & T: ergo est C D oppositum angulo T, ad D A, oppositum angulo C, ut D A, oppositum angulo B, ad D B, oppositum angulo Y. Hinc quæcunque recta A D (Fig. 68) in semicirculo cadens ex periphæria perpendiculariter ad diametrum C B, erit media proportionalis inter partes C D, D B ipsius diametri. Est enim rectus angulus C A B in semicirculo (*n.* 93).

PROPOSITIO XXXIII. THEOREMA.

131. *Quæcunque parallelograma similia* A D E B, T I O R (Fig. 79) *habent altitudines* E S, O Q *lateribus homologis, seu similibus* B E, R O *v. g. proportionales: hoc est,* S E *est ad* Q O, *ut* B E *ad* R O.

Demonstr. Producantur A B, T R, quoad perpendicularibus E S, O Q occurrant: triangula B E S, R O Q sunt æquiangula: nam anguli Q & S recti, sunt æquales (*n.* 61): deinde, quoniam summa duorum angulorum O, & E B S æquatur duobus rectis; idemque est de summa duorum V, & O R Q (*n.* 84); sunt ambæ æquales: ablatis igitur utrinque angulis O, & V, æqualibus per hypothesim; remanent E B S, O R Q æquales (*ax.* 6. *n.* 27); duo igitur reliqui B E S, R O Q etiam sunt æquales (*n.* 102): ergo est S E ad Q O, ut B E ad R O (*n.* 128); sunt scilicet duo illa triangula æquiangula, ac proinde similia.

COROLLARIUM I.

132. Triangula quæcunque similia A B E, T R O (Fig. 79) habent altitudines E S, O Q lateribus homologis B E, R O v. g. proportionales.

De-

Demonſtr. Hujuſmodi triangula ſunt inter ſe, ut parallelograma ſimilia, quæ eandem, ac triangula ipſa, habent baſim, & altitudinem (*n.* 34), quorum ſunt dimidia (*n.* 111); hoc eſt, triangulum A B E parallelogrami B D altitudinem E S, & baſim A B habens, illiuſque proinde dimidium (*num.* 111), eſt ad triangulum T R O parallelogrami R I baſim T R, & altitudinem O Q habens, ut parallelogramum prius ad ſecundum (*n.* 34), habentque latera homologa altitudinibus proportionalia.

COROLLARIUM II.

133. Parallelograma quæcunque ſimilia B D, R I (Fig. 79) habent rationem duplicatam laterum ſimilium, ſeu homologorum; lateris B E v. g. ad R O.

Demonſtr. Habent inter ſe rationem compoſitam ex rationibus baſis A B ad baſim T R, & altitudinis E S ad altitudinem O Q (*n.* 121); cum igitur ratio E S ad O Q ſit eadem, ac ratio B E ad R O, aut ratio baſium A B ad T R (*num.* 131); habent inter ſe rationem compoſitam ex duabus rationibus æqualibus, duorum ſcilicet laterum ad duo latera: ergo habent rationem duplicatam alterutrius, baſis ſcilicet ad baſim, aut lateris ad latus ſimile. Idem in quadratis omnibus verum habet; cum omnia ſint parallelograma ſimilia; in Rectangulis, Rhombis, Rhomboidibus ſimilibus obtinet. Eadem veritas de triangulis ſimilibus evidenter conſtat, cum ſint directe inter ſe, ut parallelograma ſimilia earundem baſium, & altitudinum, ut toties jam explicavimus.

PROPOSITIO XXXIV. THEOREMA.

134. *Triangula quæcunque* C Z E, V M H (Fig. 49. 50.), *in quæ polygona ſimilia dividuntur, ſunt ſimilia.*

Demonſtr. Anguli V, & Z C E ſunt æquales per hypotheſim: ſumma igitur angulorum C Z E, C E Z par eſt ſummæ angulorum M H (*n.* 102): quoniam igitur anguli M, H ſunt inter ſe æquales; quia æqualibus lateribus opponuntur (*n.* 104); idemque eſt de angulis C Z E, C E Z: anguli C Z E, & M, æqualium totorum dimidia, ſunt æquales; & idem eſt de an-

angulis C E Z, & H: ergo triangula sunt æquiangula, ac proinde similia (*n.* 128).

In figuris etiam irregularibus similibus B D, R I (Fig. 79) eadem veritas ostenditur. In triangulis A E B, T O R sunt æquales anguli O, Y, per hypothesim: sunt præterea latera circa eos angulos proportionalia A B ad B E, ut T R ad R O, iterum per hypothesim: ergo triangula sunt similia (*num.* 128). Idem pariter de aliis earum figurarum triangulis demonstratur.

COROLLARIUM I.

135. Polygonorum regularium ejusdem speciei, & universim polygonorum quoruncumque similium ambitus, seu perimetri sunt inter se, ut singula latera homologa. Idem est de similibus quibuscunque triangulis, parallelogramis, rectangulis, & de omnibus quadratis: hoc est, ambitus M H B S S L Q est ad ambitum Z E X A R T, ut H B ad E X v. g. (Fig. 49. 50).

Demonstr. Singula enim latera H B v. g. ad singula homologa, & sibi respondentia E X eandem habent rationem, ex hypothesi: ergo omnia simul latera, hoc est, ambitus ad ambitum, eamdem habent rationem, ac singula ad singula (*n.* 33).

COROLLARIUM II.

136. Quæcunque polygona regularia ejusdem speciei D Q (Fig. 57); & universim quæcunque figuræ planæ similes, triangula, parallelograma, omnia quadrata, & sic de cæteris, habent inter se rationem duplicatam laterum homologorum, aut perimetrorum; seu, quod idem est, sunt inter se, ut quadrata laterum homologorum, vel ut quadrata perimetrorum.

Demonstr. Figuræ omnes, de quibus loquimur, vel sunt triangula similia; vel cum similes sint, in æqualem triangulorum numerum dividuntur; v. g. similia parallelograma B D, R I (Fig. 79), vel similia pentagona C, V (Fig. 49. 50): triangula autem similia habent inter se rationem duplicatam laterum homologorum (*n.* 133); eamdem igitur rationem inter se habent figuræ similes, seu tota, quorum triangula simi-

similia sunt partes similes (*n.* 34). Cumque eadem sit laterum similium, ac perimetrorum ratio: idemque etiam sit habere rationem duplicatam laterum, ac esse, ut quadrata eorundem laterum (*num.* 25); manifeste constat, figuras similes esse inter se in ratione duplicata laterum similium, seu perimetrorum; seu esse inter se, ut laterum similium, seu perimetrorum quadrata.

COROLLARIUM III.

137. Figuræ regulares ejusdem speciei v. g. duo pentagona (figuræ 5 laterum) D, Q (Fig. 57) habent inter se rationem duplicatam radiorum circulorum, in quibus inscribuntur; vel sunt, ut eorum radiorum quadrata. Cum enim triangula DSP, AQB, in quæ æquali numero dividuntur, sint similia (*num.* 134): sunt latera SP, AB, ut latera, seu radii DS, QA (*n.* 117): polygona autem sunt, ut quadrata laterum SP, AB (*n.* 136): ergo etiam sunt, ut quadrata radiorum DS, QA.

COROLLARIUM IV.

138. Circulorum peripheriæ sunt inter se, ut radii, seu diametri: circuli vero ipsi sunt inter se, ut quadrata radiorum, seu diametrorum. Circuli enim sunt infinitorum laterum polygona similia (*n.* 115): eorum igitur ambitus, seu peripheriæ sunt inter se, ut latera homologa, seu similia triangulorum (Fig. 57), in quæ resolvuntur, hoc est, ut latera, seu radii D S, QA: eadem autem est radiorum, ac diametrorum ratio, cum dimidia sint inter se, ut tota; sunt igitur periphæriæ, ut radii, vel diametri.

Ex eadem ratione, sunt inter se circuli, ut polygona duo similia D, Q (Fig. 57), quæ tandem in ipsos circulos desinunt (*n.* 115): at hujusmodi polygona sunt semper inter se, ut quadrata radiorum DS, QA (*num.* 137): eamdem igitur rationem habent circuli; suntque proinde in ratione duplicata radiorum, seu diametrorum.

SCHO-

SCHOLION.

139. *Ut igitur innotescat, quam inter se rationem habeant duæ figuræ similes* D, Q *v. g.* (Fig. 57), *duo earum homologa, aut similia latera emetire*, S P *v. g. &* AB: *quærantur eorum laterum quadrata: quæ eamdem, ac figuræ, rationem habebunt. Sit v. g.* S P, 6 *pedes*, AB, 3: *Singuli hice numeri* 6, 3 *in se ipsos seorsim ducti efficiunt producta*, 36, 9, *quadrata: ratio igitur figuræ* D *ad figuram* Q *est, ut* 36 *ad* 9. *Hoc pacto circulorum omnium, & quarumcunque figurarum similium proportionem dignosces. Quod si non solum latera similia, sed præterea figurarum ulterius aream notam habeas: ignotæ figuræ non tantum proportionem, sed justam etiam mensuram, & magnitudinem dignosces. Vide problemata aliqua huc spectantia in appendice secunda resoluta*. Quæ hucusque in tertio hoc elemento demonstravi, universæ matheseos, Physicæ, & quamplurimarum aliarum artium, & scientiarum fundamentum, & clavis existunt. Rationes, & proportiones præ manibus semper habet mathematicus, sæpissime versat, atque examinat physicus. Pondere, & mensura, hoc est, vera proportione massarum, virium, resistentiarum omnia in natura fieri, usus ipse tyrones docebit: tertium igitur hoc elementum sibi maxime familiare, & perspectum reddere studiosi adolescentes curent.

§.

SECTIO, ATQUE COMPARATIO PLANORUM INTER SE.

140. Multoties in Physica planorum mentio occurrit, præcipue vero in *Sphæra*, in *Geographia physica*, in *Optica*, *Catoptrica*, *Dioptrica*, ubi de speculis, & quibuscunque corporum reflexionibus, ac refractionibus agimus, & in quamplurimis aliis physicæ experimentalis tractatibus: ne igitur Philosopho, cum ad illa loca devenerit, aqua hæreat; sequentia, quæ necessaria existimavi, ex Geometria subjungamus.

DEFINITIO.

141. Quid nomine *plani* intelligatur, numero 50 defini-

finivimus. *Linea perpendicularis ad planum est* illa CB (Fig. 80), quæ ita cadit in planum EFDG, ut sit perpendicularis ad omnes rectas FG, HI, ED in illo plano per punctum C ductas, in quod cadit perpendicularis. Ut igitur recta aliqua sit perpendicularis ad planum, satis non est, quod ad unam tantum rectam per C in plano ductam sit perpendicularis: aliter linea quæcunque OS (Fig. 82) in planum incidens, esset perpendicularis; cum ad aliquam rectam NZ perpendicularis existat. Omnes aliæ rectæ v. g. BF aut NC sunt, & dicuntur ad planum *obliquæ*: neque enim BF est perpendicularis ad FG per punctum F transeuntem.

DEFINITIO.

142. *Inclinatio* unius rectæ BF ad planum EFDG est angulus BFC formatus ab ipsa recta BF, & alia FC, quæ in plano a puncto F ducitur per punctum C, in quod cadit perpendicularis BC (Fig. 80). Hic est angulus minimus omnium, quos recta obliqua BF efficiat cum quacunque recta, quæ in prædicto plano per punctum F ducatur, ut facile demonstrari posset.

DEFINITIO.

143. Planum, si ad aliud planum referatur, vel est *perpendiculare*, vel *obliquum*, vel *parallelum*. Planum EF (Fig. 81) est ad aliud planum BD perpendiculare, cum neque ad partem CD, neque ad oppositam AB inclinat, ita ut sint recti anguli RML, LMS facti a rectis RS, LM, quæ in utroque plano ducuntur ad communem sectionem HG perpendiculares. *Plana obliqua* sunt FZ, XA (Fig. 82), quorum unum ita in aliud cadit, ut angulum ex una parte efficiat OSR minorem, quam oppositus ab eadem OS, & RS continuata efformatus; seu cum planum FZ magis in unam, quam in aliam partem inclinat.

DEFINITIO.

144. *Planorum inclinatio* est angulus OSR (Fig. 82), quem efficiunt rectæ OS, SR in utroque plano ad idem communis sectionis punctum S ductæ, atque ad

ad sectionem ipsam perpendiculares. Communis autem sectionis nomine manifestum est, illam rectam N Z intelligi, quæ in utroque plano existit. *Plana similiter inclinata* sunt illa, in quibus inclinationum anguli sunt similes, seu æquales. *Plana* tandem parallela A B, C D (Fig. 84) sunt illa, quæ, etsi in infinitum producantur, eandem semper inter se habent distantiam. Hæc autem in planis, sicut & in lineis rectis parallelis, est recta ad utrunque planum perpendicularis.

Omnia hæc, & alia modo dicenda scire, & intelligere in sequentibus juvabit.

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

145. *Communis duorum, aut plurium planorum sectio est linea recta.*

Propositio est per se evidens: sint duo plana F H, I L (Fig. 83) se se secantia: communis eorum sectio, nisi esset recta N O, esset curva aliqua N R O, N S O: jam vero communis sectio debet esse in utroque plano: licet autem in uno plano I L duci possint quamplurimæ curvæ v. g. N S O; impossibile tamen est, aliud planum F H per omnia puncta ejus curvæ transire, quin incurvetur, & desinat esse planum, contra hypothesim.

Porro non solum duo, sed infinita plana eandem communem sectionem habere possunt; eo pacto axis mundi est communis omnium meridianorum sectio.

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

146. *Si duæ rectæ* L M, I K (Fig. 81) *sunt perpendiculares ad planum aliquod* B D; *erunt inter se parallelæ.*

Demonstr. Per puncta M K in plano B D ducatur recta H G; erunt anguli L M G, I K G æquales, quia recti per hypothesim; ergo rectæ L M, I K sunt parallelæ (*n.* 88).

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA.

147. *Si duæ rectæ* L M, I K *sunt inter se parallelæ, & earum una* L M *est ad planum* B D *perpendicularis;*

ris; *etiam altera* I K *erit ad idem planum perpendicularis* (Fig. 81).
Eſt per ſe evidens: ſi enim L M nullam habet inclinationem ad partem aliquam plani; ejuſmodi erit quæcunque alia ſibi parallela: aliter deſtrueretur parallelismus.

PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA.

148. *Ab eodem puncto* C *unius plani unica tantummodo* C B *ad idem planum perpendicularis excitari poteſt*.
Demonſtr. Si negas; erigantur duæ CB, CN: erunt ergo inter ſe parallelæ (*n.* 146), quod eſt impoſſibile (Fig. 80).

PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

149. *Ex quocunque puncto* B *extra planum unica tantum recta duci poteſt ad planum perpendicularis*.
Demonſtr. Si plures duci poſſunt; ſint illæ B C, B F ad planum E F G perpendiculares: ſunt ergo parallelæ (*n.* 146), quod eſt iterum impoſſibile.
Hinc demonſtrabimus in Geographia, unicam eſſe lineam directionis corporum gravium, quæ ſcilicet eſt perpendicularis ad horizontis planum; eaque omnia in telluris centrum tendere.

PROPOSITIO XL. THEOREMA.

150. *Si recta* BC *ita incidat in planum* E F D G, *ut ſit perpendicularis ad duas rectas* F G, E D *in eo plano per punctum* C *ductas; erit etiam ad omnes alias rectas* H I *in eodem plano ductas, & per* C *tranſeuntes, & conſequenter ad planum ipſum perpendicularis*.
Demonſtr. Propoſitio facile patet: aſſumantur C G, C D, C E, C F (Fig. 80) æquales, ſi C B non eſt perpendicularis magis inclinat v. g. verſus H, quam verſus I, punctum igitur B minus diſtat ab H, quam ab I, minus ergo etiam diſtat ab E, F verſus H exiſtentibus, quam ab G, D, quæ verſus I ſita ſunt, quod eſt impoſſibile; cum quodlibet punctum B perpendicularis B C æqualiter diſtet ab extremis perpendicularium æqualium, quas per medium ſecat.
PRO-

PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

151. *Si recta aliqua* H E (Fig. 84) *fuerit ad duo, aut plura plana* B A, C D *perpendicularis ; hæc omnia plana erunt inter se parallela*.

Demonſtr. Si negas, plana B A, C D eſſe parallela ; ergo producta ulterius, tandem aliquando concurrent in aliquo puncto O, a puncto O ad puncta H E ducantur rectæ O H, O E, quoniam H E eſt ad has rectas perpendicularis (per hypotheſim), erunt illæ etiam ad H E perpendiculares (*n* 68) : ergo ſunt parallelæ (*n*. 88), quod eſt impoſſibile, cum in puncto O concurrant.

Similiter demonſtrabitur converſa, quod ſcilicet, ſi plana fuerint parallela, communes habebunt perpendiculares.

152. Quod autem dicimus de recta perpendiculari ad duo, aut plura plana, vel etiam e converſo ; de plano etiam G H E F ad duo, aut plura plana A B, C D perpendiculari pariter demonſtratur, quod nimirum duo plana A B, C D, ad quæ ductum aliud planum ſit perpendiculare, parallela exiſtant, & e converſo.

Et hinc in Sphæra demonſtratur, axem mundanum Æquatori perpendicularem, ad quatuor minorum circulorum plana, & ad diurnas Solis revolutiones eſſe pariter perpendicularem, & e converſo. Rurſus meridianum quemcunque non ſolum ad æquatorem, verum etiam ad omnium parallelorum plana eſſe perpendicularem, & viciſſim.

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

153. *Si recta aliqua* N O (Fig. 83) *ſit ad planum* B D *perpendicularis ; omnia plana* I L, H F *per eandem rectam ducta, ſunt ad idem planum* B D *perpendicularia*.

Propoſitio ex terminis ipſis eſt manifeſta : nequit enim intelligi, quo pacto recta N O perpendicularis ad planum B D, tota jaceat in plano I L, & tamen ipſum planum I L verſus aliquam partem inclinet, & ad planum B D non ſit perpendiculare ; etenim ſi planum I L per rectam N O tranſiens, non eſt ad B D per-

perpendiculare; esset obliquum, in plano autem obliquo NO (Fig. 82) nulla potest esse recta perpendicularis ad planum XA.

ELEMENTUM QUARTUM.

De superficie, profunditate, proportione, & mensura corporum.

DEFINITIO.

154. *Corpus* est quantitas trium mensurarum, seu magnitudo continua in longum, latum, & profundum: illius terminus est una, aut plures superficies. Angulus *solidus* (Fig. 85) est M v. g., quem anguli plani (plures, quam duo) NML, LMO OMN in diversis planis existentes in idem punctum, seu communem verticem M desinentes efficiunt Si anguli plani, numero, & apertura æquales, duos angulos solidos formaverint; erunt solidi anguli æquales. Angulus solidus *rectus* D v. g. (Fig. 91) est, quem tres anguli plani recti efficiunt.

DEFINITIO.

155. *Corpora regularia* ea sunt, quæ planis regularibus, & inter se æqualibus, & quorum omnes anguli sunt recti, terminantur: v. g. Corpus DGA (Fig. 90). *Corpora similia* sunt, quæ æquali numero planorum, seu laterum similium comprehenduntur. Unde omnia corpora regularia ejusdem speciei sunt inter se similia, puta duo Cubi, Spheræ &c. *Latera homologa* sunt plana, seu latera similia corporum similium.

DEFINITIO.

156. *Pyramis* est corpus solidum AAAL (Fig. 86) tribus, aut pluribus triangulis planis comprehensum, quæ ex omnibus lateribus ejusdem plani Z nascentia in idem punctum L terminantur, quod *vertex* dicitur. Hujusmodi plana pyramidum *latera* nuncupantur. *Basis* est planum Z, seu AAA, ex quo latera nascuntur: multiplicis figuræ esse potest. *Axis* est re-

ſta L Z e vertice ad centrum baſis ducta. *Altitudo* eſt recta L Z a vertice L ad baſis planum perpendiculariter ducta: cadit aliquando extra baſim. Pyramis *Obliqua* A A A N, quæ axem habet obliquum: *Triangularis*, quæ baſim habet triangularem: *Quadrata*, aut *polygona*, quæ quadratam, aut polygonam habet baſim: *Recta* eſt, cujus axis L Z eſt ad baſim perpendicularis.

DEFINITIO.

157. *Conus*, ſeu *pyramis Conica* eſt corpus L R A (Fig. 93), quæ circulo B, ut baſi, & ſuperficie curva e baſis periphæria naſcente, & ſenſim contracta, quoad in punctum A terminetur, & deſinat, comprehenditur. Latera ſunt rectæ A L, A R a vertice ad baſis periphæriam ductæ. Axis eſt recta A B a vertice A ad baſis centrum ducta. Pyramides conicæ aliæ ſunt rectæ, ut B A (Fig. 93), aliæ obliquæ, ſeu Scalenæ L R A (Fig. 94), ut de aliis modo diximus.

HYPOTHESIS.

158. Si planum Z, aut B (Fig. 86. 93) triangulare, vel circulare, aut cujuſcunque alterius figuræ ſurſum elevetur ſibi ipſi ſemper parallelum, & ea ratione decreſcens, qua aſcendit, quoad in punctum aliquod L, aut A (Fig. 93) deſinat; pyramidem efficit, aut pyramidem conicam deſcribit. Si igitur quæcunque pyramis Z L, aut B A ſecetur plano O, aut N ad baſim parallelo; hujuſmodi ſectio erit planum baſi prorſus ſimile: immo erit eadem baſis diminuta.

DEFINITIO.

159. *Pryſma* eſt ſolidum B I (Fig. 96) planis comprehenſum, quorum duo oppoſita B D K, M D I ſunt æqualia, parallela, & ſimilia; reliqua omnia ſunt parallelograma. Alia pryſmata ſunt triangularia, ut ſupra dictum, in quibus oppoſita plana ſunt triangularia, alia quadrata, ut Fig. 91; polygona, ut Fig. 98. 99.

DE-

DEFINITIO.

160. *Parallelepipedum* est solidum X Z v. g. (Fig. 96) 6 planis parallelogramis comprehensum ; quorum opposita v. g. X, & Z sunt similia, æqualia, & parallela. Unde omne parallelepipedum est prysma, non autem e converso. *Cubus* est solidum C A E G (Fig. 90), quod 6 planis quadratis, æqualibus, & quorum singula opposita sint parallela, comprehenditur. Omnis igitur cubus est parallelepipedum, & prysma, sed non viciſſim.

HYPOTHESIS.

161. Si planum quodcunque M D I (Fig. 96) sursum elevetur, sibi ipsi semper parallelum, & inter eadem plana, aut rectas M B, I K, D D, usque ad datam altitudinem, prysmatis profunditatem gignit, & describit. Unde nihil aliud est prysma, quam totidem similia plana D D D D sibi gradatim imposita, & parallela, quot fuerint puncta in altitudine B M, per cujus puncta singula transeunt singula plana : seu potius nihil aliud est prysma, quam vestigium ejusdem plani M D I inter easdem lineas, aut latera sese elevantis sibi ipsi semper paralleli. Si igitur prysma secetur plano ad basim M D I parallelo, hujusmodi sectio erit idem baseos planum.

DEFINITIO.

162. *Cylindrus* est solidum N B C D (Fig. 95) a duobus circulis E, A oppositis, æqualibus, & parallelis, (qui dicuntur bases), & superficie curva in circulorum periphæriis terminata, & ejusdem ubique diametri, seu amplitudinis comprehensum. Axis Cylindri est recta A E, quæ basium centra connectit. Latera sunt rectæ N C, B D v. g. a periphæria ad periphæriam ductæ. Alii sunt Cylindri recti, quorum axes sunt ad basim perpendiculares : alii obliqui, ut F M C D, quorum axes O E sunt ad basim obliqui. Circulus C D ascendens sibi semper parallelus ita ut ejus centrum lineam rectam describat, generat Cylindrum.

DEFINITIO.

163. *Polyedrum* est corpus pluribus planis superficiebus comprehensum. Præcipua sunt *Tetraedrum*, quod 4 triangula plana rectilinea, regularia, & æqualia circumscribunt. *Octaedrum* Octo; *Icosaedrum* viginti triangula plana comprehendunt (Fig. 103). *Dodecaedrum* duodecim pentagona æqualia, & regularia complectuntur (Fig. 102). Hujusmodi figurarum centrum est punctum Q v. g. (Fig. 101), ex quo omnes rectæ QB, QA ad figuræ angulos ductæ sunt æquales.

DEFINITIO.

164. *Sphæra* est corpus unica superficie contentum (Fig. 97), ex cujus singulis punctis ad datum intra Sphæram punctum A, quod centrum dicimus, ductæ rectæ sunt æquales. Hemisphærium est dimidium sphæræ a plano per ejus centrum transeunte divisum. Solida similia sunt, quæ æquali numero planorum, seu laterum similium comprehenduntur. Tandem Cylindri, vel pyramides conicæ similes sunt illæ, quarum axes, & basium diametri sunt proportionales, v. g. si sit C D ad c d (Fig. 95), ut E A ad e a; erunt ejusmodi Cylindri, aut conicæ pyramides similes.

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA.

165. *Prysma quodcunque est factum ex basi in altitudinem ducta.*

Demonstr. Totidem in prysmate B I (Fig. 96) sunt plana D, quot fuerint puncta in perpendiculari M B, altitudinem designante (*num.* 161): ergo factum ex ipsa altitudine in planum D, seu basim est prismatis massa.

Demonstratio ex ipsa figuræ genesi descendit, ut in simili parallelogramorum aream, & dimensiones superius deduximus. Concipe planum R R quadratum, & in sexdecim pedes quadratos divisum (Fig. 92) descendere sibi ipsi semper parallelum per altitudinem R S, quatuor etiam pedum, & inter latera, seu plana R S, R S ad horizontem parallela: Singuli pedes quadrati in superiori plano divisi, hujusmodi motu teti-

tidem columnas quadratas solidas describent, in quarum singulis tot erunt pedes cubici, seu solidi, quot in altitudine R S sunt pedes lineares: numerus igitur 4 (hoc est, altitudo RS) ductus in 16, (hoc est, in planum basis R R), dat integram solidi massam. Propositio comprehendit non solum prysmata, sed parallelepipeda, & cubos.

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA.

166. *Duo prysmata* B, Z (Fig. 99) *æqualium basium sunt inter se, ut altitudines: & si habuerint æquales altitudines, erunt inter se, ut bases: quod si & bases, & altitudines habuerint æquales, erunt omnino æqualia.*

Demonstr. Ex lemmate (*n.* 118), duo enim facta ex duobus numeris, seu quantitatibus inæqualibus per eandem multiplicatis sunt inter se, ut quantitates inæquales (*n.* 118), cum igitur prysmata sint facta ex basi in altitudinem ducta (*n.* 165); si bases fuerint æquales, erunt prysmata, ut altitudines; & si altitudines sint æquales, erunt prysmata, ut bases &c. Æqualia igitur sunt prysmata A H, rectum, & O V, obliquum (Fig. 91), cum eandem habeant & basim, & altitudinem.

Alio modo ex figurarum genesi propositionem demonstrare possumus. Duo prysmata X Z, X Z rectum, & obliquum, quæ communem habent basim X, generantur ab ipsa basi sese elevante, sibi ipsi semper parallela, motuque suo solidæ figuræ massam describente. Si ergo ponas prysmatum altitudines O D, VV æquales; tot numero bases, seu æqualia plana in uno, quot in alio prysmate concipies: suntque proinde eadem massa. Si basis eadem, seu æqualis; altitudinem autem V V (Fig. 91) majorem statuas, quam O D; eo plura æqualia plana in obliquo, quam in recto concipienda sunt, quo plura in V V, quam in O D fuerint puncta, ut est ex se evidens: Similiter si ponas altitudines æquales, sed basim unam alterius duplam v. g., unum etiam prysma erit alterius duplum, quia ab æquali numero duplorum planorum componitur.

S C H O L I O N.

167. *Ut corporum massam dignoscamus, duplici saltem*

multiplicatione opus est : primo enim ut basis X (Fig. 91) *aream habeamus ipsius plani basim* AB *in altitudinem ducimus, ut supra explicavimus : postea vero ejusmodi factum, seu basis per solidi altitudinem* OD *v. g. multiplicatur, ut totam prysmatis massam eliciamus. Sit* AB *v. g.* 4 *palmorum;* AO 3: 3, & 4 *in se ipsos ducti efficiunt* 12, *planum basis : Sit* OD 5: 5 *per* 12 *multiplicatus efficit* 60, & *totidem palmi cubici sunt in solido* XZ. *Quod si bases sint triangulares; modo superius* (n. 111) *exposito sunt dimetiendæ : si fuerint polygonæ; in triangula dividantur, ut eorum area eliciatur. Pro communi solidorum mensura cubum adhibemus, eadem de causa, qua ad superficies dimetiendum quadrato utimur; propterea quod sunt, ille inter solidas, istud inter planas figuras, simplicissimæ mensuræ angulos omnes habeant rectos, & latera omnia æqualia.*

Solidorum mensuram ex (Fig. 92) *melius capies : basis enim* S S, *plano* R R *æqualis, in sexdecim palmos quadratos divisa, elevetur sibi semper parallela, quoad retentis ubique divisionibus, cum* R R *confundatur : hujusmodi motu solidum descripsit, in quo, ut vides, sunt* 16 *Columnæ quadratæ, & in earum singulis quatuor palmi cubici : solidum igitur est factum ex* 4 *in* 16, *hoc est, ex altitudine in basim ducta.*

PROPOSITIO XLV. THEOREMA.

168. *Prysmata quæcunque habent inter se rationem compositam ex tribus rationibus, altitudinis ad altitudinem, latitudinis ad latitudinem, longitudinis ad longitudinem.*

Demonstr. Prysma GA (Fig. 90) est factum ex triplici magnitudine, longitudine scilicet GF, latitudine GH, & altitudine GC in se ipsas ductis (*n.* 165) : similiter prysma XZ (Fig. 91) : at duo facta habent inter se rationem compositam ex rationibus quantitatum producentium, seu antecedentium ad consequentia (*n.* 117) : ergo &c.

COROLLARIUM.

169. Prysmata similia, puta MK, BACDXF (Fig. 96), habent inter se rationem triplicatam singularum rationum, ex quibus componuntur, v. g. altitudinis ad altitudinem, longitudinis ad longitudinem, latitudinis ad latitudinem.

De-

Demonſtr. Pryſmata rationem inter ſe habent compoſitam ex tribus aſſignatis rationibus (*n.* 168): quæ omnes ſunt æquales, aut eædem; cum & ſolida, & plana quibus terminantur ſint ſimilia (*n.* 155): ergo habent inter ſe rationem triplicatam cujuslibet prædictarum rationum. Sunt igitur inter ſe, ut cubi ſuorum laterum homologorum, v. g. laterum I K, B A: nam cubus dimenſionis I K ad cubum dimenſionis B A habet rationem triplicatam lateris I K ad latus B A; cum & ipſe ſit pryſma (*n.* 160): ergo pryſmata ſunt inter ſe, ut laterum homologorum cubi.

SCHOLION.

170. *Cuborum proportio elicitur, ſi duo latera eorum homologa per ſe ipſa ſeorſim multiplicentur cubice; duo enim nova producta, ſeu cubi numerici, habebunt inter ſe eamdem rationem, atque cubi: ſit v. g. longitudo G F 4 pedes: longitudo A B tres (Fig. 90, 91): 4 in ſe ſemel ductus efficit, 16; iterum ductus in, 16, efficit, 64; 3 in ſe ſemel ductus efficit, 9; iterum ductus in, 9, dat, 27: Cubi igitur G A, A H ſunt inter ſe, ut 64 ad 27. Eodem modo invenitur ratio inter pryſmata quæcunque, aut parallelepida ſimilia, ſi latera eorum ſimilia, longitudines v. g. cubice multiplicentur.*

Hoc pacto ratio inter duo pryſmata elicitur; vera tamen eorum magnitudo non ſemper dignoſcitur, niſi etiam ſint cubi. Habent enim altitudines latitudinibus v. g. proportionales; ſed plerumque inæquales: quo poſito, trina cujuslibet dimenſio dignoſci debet, & in ſe invicem duci, ut corporis maſſa eliciatur.

PROPOSITIO XLVI. THEOREMA.

171. *Superficies pryſmatum ſimilium ſunt inter ſe in ratione duplicata ſuarum dimenſionum ſimilium; v. g. altitudinis ad altitudinem; longitudinis ad longitudinem; vel latitudinis ad latitudinem.*

Demonſtr. Singula plana pryſmatis G A (Fig. 90. 91) ſunt per hypotheſim ſimilia ſingulis planis alterius pryſmatis X Z (*n.* 155); Singula igitur unius plana ad ſingula ſibi reſpondentia in altero pryſmate eamdem habent rationem laterum, duplicatam ſcilicet laterum homologorum, puta G F ad A B: omnia igitur unius plana ſimul ſumpta ad omnia plana alte-

rius etiam simul sumpta, hoc est, integra unius superficies ad integram superficiem alterius habet rationem duplicatam suarum dimensionum similium v. g. longitudinis G F ad longitudinem A B: hæc enim est planarum superficierum similium proportio.

Prysmatum igitur similium superficies sunt inter se, ut quadrata longitudinum, seu laterum homologorum: massæ autem, ut eorumdem laterum cubi: sit G F 5 pedes, A B 3; erunt eorum prysmatum superficies, ut 25 ad 9: hæc enim sunt numerorum, 5, 3 quadrata: massæ autem erunt, ut 125 ad 27: hæc enim sunt eorumdemmet numerorum 5, 3 cubi. Unde perspicue visitur, multo majorem esse massarum, quam superficierum in iisdem figuris rationem: cum longe major sit ratio 125 ad 27 (cuborum), quam 25 ad 9 (quadratorum). Idem in cubis, & Parallelepipedis verum est, propositio hæc omnia corpora similia complectitur: de cubis igitur similibus, de Parallelepipedis, & aliis pariter eadem veritas demonstratur.

PROPOSITIO XLVII. THEOREMA.

172. *Cylindrus quicunque C D AB* (Fig. 95) *est prisma infinitorum laterum.*

Demonstr. Polygonum v. g. X, basis prysmatis (Fig. 98.) repetita laterum multiplicatione, & diminutione in circulum, seu polygonum, infinitorum, & minimorum laterum degenerat (*n.* 115): quare circulus C D, basis cylindri, est polygonum, & basis prysmatis infinitorum laterum: cum igitur ejusmodi circulus, seu polygonum ascendens sibi semper parallelus cylindrum describat; describit & cylindrum, & prysma infinitorum laterum: singula enim minima latera polygoni, seu circuli, minima latera prysmatis ascendendo describunt. Polygonum D (Fig. 57.) laterum numero gradatim duplicato, ad circulum sensim accedere, & tandem fieri circulum, facile concipies: idem polygonum ad singulas laterum duplicationes parallelæ ad se ipsum elevatum, Seriem prysmatum gignit, quæ in cylindrum tandem degenerant.

COROLLARIUM.

173. De Cylindro igitur vera sunt ea omnia, quæ de

de pryſmate modo demonſtravimus, ſcilicet. 1o. Cylindrus eſt factum ex baſi in altitudinem ducta. 2o. Rationem inter ſe habent compoſitam ex rationibus baſium, & altitudinum. 3o. Cylindrorum ſimilium ſuperficies ſunt, ut quadrata altitudinum, ſeu baſium diametrorum, aut perimetrorum. 4o. Maſſæ autem Cylindrorum ſimilium ſunt inter ſe, ut cubi ſimilium dimenſionum; hoc eſt, altitudinum v. g. vel baſium perimetrorum. Omnia enim de priſmatis modo demonſtravimus (*num.* 169, 171 &c.); cum igitur etiam Cylindri ſint pryſmata (*num.* 172), etiam in iis obtinent.

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

174. *Pyramides triangulares quæcunque* A O, B O *æque altæ* (Fig. 87) *ſunt inter ſe, ut earum baſes* A, B.

Demonſtr. Quoniam prædictæ pyramides habent ex hypotheſi eamdem altitudinem; etiam habebunt æqualem numerum planorum N N, M M, baſibus reſpondentibus A, B ſimilium (*num.* 157); quæ quidem plana a baſibus ad apices uſque pyramidum aſcendendo, proportionaliter in utraque decreſcunt: eſtque N R S, ad M T V in eadem altitudine, ut baſis A ad baſim B: omnia igitur plana pyramidem A O conſtituentia, ſunt ad totidem ſibi reſpondentia plana in B O, hoc eſt, pyramis A O eſt ad pyramidem B O, ut baſis A ad baſim B.

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

175. *Quæcunque pyramis triangularis* B C A G *v. g.* (Fig. 89) *eſt tertia pars pryſmatis æqualem baſim, & altitudinem habentis, atque habet pyramis.*

Demonſtr. Ductis rectis diagonalibus B F, F A, A O, dividuntur per medium plana B C F O, C F A E, B A E O, pryſmatis latera; ſecanturque tres pyramides B A C F, O E F A, O F B A: earum autem ſingulæ pyramidi B C A G, eamdem, ac pryſma, altitudinem, & baſim habenti, ſunt æquales, cum parem & ipſæ altitudinem, & baſim habeant: nam B A C & pryſmatis, & pyramidis B A C F baſis eſt; C F autem communis utriuſque altitudo: O E F A baſim habet O E F æqualem baſi B A C (*n.* 159); & altitudnem

nem E A altitudini C F etiam æqualem. Deinde O F B A par eſt pyramidi B A C F; ſi enim huic baſim ſtatuamus B F C, erit B A communis utriuſque altitudo; baſes autem B F O, B F C æquales (n. 107): ſingulæ igitur æqualem, ac pryſma, ſeu pyramis B C A G, baſim, & altitudinem habent: integrum igitur pryſma 3 pyramides pyramidi B C A G æquales continet: eſtque proinde unius triplum.

Quoniam hæc demonſtratio aliquam tyronibus confuſionem parit; ita alio modo propoſitionem univerſim de omnibus pyramidibus demonſtrabis. Sit A D H C cubus (Fig. 91), punctum K ſit ipſius centrum. Si ad hoc punctum K ex angulis A O E B rectas ducamus, fiet pyramis A O E B K, cujus apex eſt K, baſis planum A O E B cubi, altitudo autem eſt dimidia cubi altitudo. Manifeſtum vero eſt, in cubo tot conſiderari poſſe hujuſmodi pyramides, quot ſunt plana, ſeu latera cubi, eaſque omnes habere æquales baſes (nempe æqualia cubi latera), verticem communem in K, & æqualem etiam altitudinem K X, cubi dimidiam. Facile enim lateri D C ſecundam pyramidem reſpondere, & ex ſingulis aliis lateribus ſingulas naſci concipies. Sunt igitur omnes illæ pyramides æquales; (n. 174), cum habeant æquales baſes, & altitudinem eandem: Cubus igitur quicunque componitur ex 6 pyramidibus æqualibus ejuſdem baſis, & dimidiæ altitudinis cubi: dimidius igitur cubus componitur ex tribus pyramidibus æqualibus ejuſdem baſis, & altitudinis: dimidius autem cubus eſt pryſma (ſi nimirum ſecetur per K plano baſi X parallelo): pyramis igitur eſt tertia pars pryſmatis recti eandem baſim, & altitudinem habentis; cum autem pryſmata recta obliquis ſint æqualia (ſicut etiam pyramides), dummodo æquales habeant baſes, & altitudines; theorema ad omnes pyramides, & pryſmata recta, & obliqua extenditur.

PROPOSITIO L. THEOREMA.

176. *Pyramis quæcunque polygona* (Fig. 88, 98.) *eſt tertia pars pryſmatis eandem baſim, & æqualem altitudinem habentis.*

Demonſtr. Et polygonum T X R Z in triangula, & pryſma polygonum X A in triangularia pryſmata, & po-

polygona etiam pyramis X in triangulares pyramides dividuntur; si nimirum ducantur T E, S E, & sursum elevari concipiantur: cum igitur quodlibet prysma triangulare, puta Z K, sit triplum pyramidis eindem basim Z, & altitudinem habentis (*n.* 175): idemque sit de reliquis prysmatis triangularibus X R T, in quæ polygonum prysma dividitur; omnia hæc prysmata simul sumpta, hoc est, prysma polygonum (Fig. 88), erit triplum omnium pyramidum simul sumptarum, hoc est, pyramidis polygonæ eandem basim, & altitudinem habentis, ac prysma.

COROLLARIUM.

177. In pyramidibus igitur verum est, quod supra de prysmatis demonstravimus 1.° scilicet, omnes pyramides æque altæ (Fig. 88) sunt inter se, ut bases. 2.° Si easdem, aut æquales habuerint bases; erunt inter se, ut altitudines. 3.° Si bases, & altitudines habuerint reciprocas; erunt æquales. 4.° Pyramidum similium A O, B O (Fig. 87) massæ sunt inter se, ut altitudinum, seu laterum similium cubi; superficies autem sunt, ut eorumdemmet laterum quadrata. Hujusmodi enim proportiones veræ sunt in prysmatis, ut superius *num.* 169. &c. demonstravimus: obtinent igitur etiam in pyramidibus; cum similes sint prysmatum earumdem basium, & altitudinum partes (*n.* 175), partesque similes eamdem inter se, ac sua tota, rationem habeant. Pyramidis cujuscunque massam elicies, si tertiam altitudinis partem per integram basim multiplices; vel tertiam basis partem per integram altitudinem.

PROPOSITIO LI. THEOREMA.

178. *Conus* L B R A (Fig. 93) *est pyramis infinitorum laterum*.

Demonstr. Circulus L R B, coni basis, est polygonum infinitorum laterum (*n.* 114), cum igitur hujusmodi polygonum sursum sibi semper parallelum ascendens, & similiter decrescens, quoad in puncto A evanescat, conum describat (*num.* 158); manifestum est hujusmodi conum esse pyramidem infinitorum laterum: a singulis enim polygoni lateribus sursum ele-
vatis

vatis singula coni latera describuntur. Spectari igitur debent coni, ut pyramides: referunturque ad cylindros, infinitorum etiam laterum prysmata, ut pyramides ad prysmata.

COROLLARIUM.

179. Si igitur coni c d a, C D A (Fig. 95) tertia pars Cylindrorum c n b d, C N B D easdem bases, & altitudines habentium; sunt enim pyramides, cylindri autem prysmata (*n.* 172). Cum igitur sint partes similes cylindrorum (*n.* 175); eamdem inter se rationem habent, quam cylindri (*n.* 34). Quas igitur numero 173. de cylindris demonstravimus, seu exposuimus rationes, conis etiam competunt. Unde 1o. rationem inter se habent compositam ex rationibus basium, & altitudinum. 2o. Si habeant bases æquales c d, C D, erunt ut altitudines c n, C N; & si altitudines fuerint æquales, erunt, ut bases. 3o. Si bases, & altitudines habeant reciprocas, erunt æquales. 4o. Eorum massæ sunt, ut altitudinum, seu diametrorum basium cubi: superficies, ut quadrata &c.

PROPOSITIO LII. THEOREMA.

180. *Sphæra quæcunque æqualis est pyramidi, cujus basis sit sphæræ superficiei æqualis: altitudo autem ipsius sphæræ radius.*

Demonstr. Eodem modo, quo polygonum regulare (Fig. 57) per continuatam laterum diminutionem, & multiplicationem in circulum abit (*num.* 114); ita etiam polyedrum regulare Q, aut D (Fig. 101) in sphæram degenerat: si enim plana F, G, H, polyedri latera, & pyramidum H D, F D, G D bases &c. fiant minora semper, & minora per continuam angulorum M, T, & aliorum similium truncationem; manifestum est, prædictarum pyramidum bases infinite decrescere; ac proinde in puncta degenerare; omnesque earum bases unicam sphæræ superficiem componere: Sphæra igitur quæcunque A (Fig. 97) spectari potest, tanquam infinitæ pyramides infinite parvæ C B A, circa punctum A, tanquam communem verticem dispositæ; quarum communis altitudo sit idem radius sphæræ, bases autem puncta singula ejusdem su-

ſuperficiei ſphæræ. Pyramis autem cujus altitudo ſit radius; baſis vero ſuperficiei ſphæræ æqualis, par erit prædictis omnibus pyramidibus, hoc eſt, ipſi ſphæræ.

COROLLARIUM I.

181. Spectari igitur poteſt ſphæra, tanquam pyramis conica, cujus altitudo ſit radius, baſis vero ſuperficies ſphæræ. Eritque ſphæra tertia pars pryſmatis, aut cylindri, cujus altitudo ſit radius, baſis autem ſuperficies ſphæræ: id enim de pyramide, & cono ſuperius numero 175. demonſtravimus. Unde maſſam ſphæræ cujuſcunque A dignoſcemus, ſi tertiam partem radii per integram circumferentiam; aut integrum radium per tertiam circumferentiæ partem multiplicemus. Eo enim pacto pyramidum maſſam elici, ſuperius demonſtravimus.

COROLLARIUM II.

182. Superficies ſphærarum AM, ARC (Fig. 97) ſunt inter ſe, ut quadrata ſuorum radiorum: maſſæ autem ſunt, ut eorundem radiorum cubi.

Demonſtr. Singulæ ſphæræ AX, ANE ſunt infinitæ pyramides ſimiles infinite parvæ, quarum baſes ſimul ſumptæ ſuperficiem ſphæræ componunt: earumque altitudines ſunt ipſarum ſphærarum radii (*num.* 181.): baſes autem pyramidum, ſphæram AX componentium, ſunt ad baſes pyramidum ſimilium, ſphæram AM componentium, ut quadrata altitudinum, menſurarum ſcilicet ſimilium: earumdem vero pyramidum maſſæ ſunt inter ſe, ut altitudinum ſuarum cubi (*n.* 179.): cum igitur ſuperficies ſphærarum ſint infinitarum pyramidum ſimilium baſes; maſſa vero ſit ipſarum pyramidum maſſa; manifeſtum eſt, ſuperficies ſphærarum eſſe, ut quadrata; maſſas, ut cubos radiorum. Ex his quidem, quænam ſit inter ſphærarum quarumcunque ſuperficies, quænam etiam inter earum maſſas proportio exiſtat, facile habemus: bene multa etiam inde demonſtrantur pulcherrima, & ſublimia theoremata ſphæram cum cylindro, aut cono comparando, quæ non ſunt tyronibus neceſſaria. Hæc tamen realem ſphæræ dimenſionem non docent: ſphæ-

sphærarum inter se proportiones novimus; quomodo tamen veras, & absolutas earum mensuras eliciemus? Qua tandem ratione mirabile hoc problema geometrice, *sphæræ massam, & superficiem metiri, solvemus*? Rem mira ingenii sagacitate aggressus longa multiplicium propositionum catenatione atque serie adeptus est *Archimedes*. Ut longissimum iter evitemus, & tyronibus complanemus, rem totam unica propositione post præmissum Lemma expediemus.

L E M M A.

183. *Superficies coni recti truncati FBDH* (Fig. 122) *æqualis est rectangulo EBHP, cujus altitudo sit æqualis lateri BF coni truncati, basis vero sit circumferentia circuli IL media inter utramque basim BD, FH.*

Demonstr. Describantur ex eodem communi centro A (Fig. 117) tres circuli A B C, A K O, A E G: ductaque per B recta B L tangente circuli majoris, & illius periphæriæ æquali, ducatur ex centro A L, & ex punctis diametri E K minorum circulorum tangentes E M, K I usque ad rectam A L: erunt E M, K I tangenti B L parallelæ, & suorum circulorum periphæriis æquales. Triangulum igitur A E M æquale est circulo E F G, & triangulum A B L circulo B C D (*n.* 114): ergo auferendo utrinque partes æquales, ex circulo nimirum B N C D parvum circulum E F G R, ex triangulo A L B parvum triangulum A E M, remanet rectilineum E M L B æquale est coronæ N C B G F E R (*n.* 27. *ax.* 6.) Jam vero divisa bifariam M L a recta P I, perpendiculari ad B L occurrenti in H ad rectam E M productam, erunt triangula M H I, I P L æqualia; sunt enim anguli L & M æquales (*n.* 87); sicut etiam P & H recti: cum igitur præterea sint æqualia latera M I, I L; erunt tota triangula æqualia (*n.* 102, 105): ergo rectangulum E H P B erit rectilineo E M L B; ac proinde coronæ æquale. Coni truncati F B D H (Fig. 122) rete, seu superficies evoluta est segmentum coronæ L M P R earumdem basium, & altitudinum: hoc est, si coni truncati B D H F superficiem evolvi, & explicari consideremus; facta scissione per rectam F I B, fiet illud coronæ segmentum M X P R Z L; integer enim sector L A R, cujus basis L Z R sit æqualis circumferentiæ circuli F H Q,

ra-

radius autem L A lateri H A, æqualis erit superficiei conicæ; si igitur auferatur A M X P superficiei B C D A æqualis; residuum sectoris, seu coronæ remanet truncati coni superficiei æquale: quemadmodum igitur integra corona E T Q R B N C D (Fig. 17) est factum ex altitudine E B per medii circuli periphæriam integram K S O V; ita sector M L Z R P X coronæ (Fig. 122) est factum ex altitudine M L sectionis per arcum N O K medii circuli sectoris: hoc est, (*per constructionem*, *&* *demonstrata*) superficies coni truncati B D H F æqualis est rectangulo ex altitudine B F, & circumferentia circuli medii I L: quod erat demonstrandum. (*)

PROPOSITIO LIII. THEOREMA.

184. *Superficies sphæræ est æqualis rectangulo sub diametro, & peripheria circuli maximi: seu quatuor circulis maximis ejusdem sphæræ.*

Demonstr. Intelligatur circulo inscriptum polygonum plurimorum laterum T R, R M &c. (Fig. 119) numero parium, quæ ob parvitatem in circulum abeant. Si revolvatur semicirculus T O S circa axem T S immotum; superficiem describet T N S Z A ex plurimis truncatorum conorum superficiebus compositam: quodlibet enim latus M N, cum sit in eodem plano cum axe T L, quin tamen sit illi parallelum; cum diametro concurret in aliquo puncto T. Revolutum autem triangulum T N L (Fig. 120) circa axem T L conum rectum describet; pars igitur M N, latus polygoni in sphæra existens, coni truncati M N X superficiem describit. Superficies igitur sphæræ totius componitur ex plurimis superficiebus conorum trun-

(*) *Diximus* K I *esse æqualem circuli* K S O *circumferentiæ, quod ita demonstratur. Circumferentiæ circulorum* B C, K O *sunt, ut radii* A B, A K: A B *est ad* A K, *ut* B L *ad* K I *ob parallelismum rectarum* B L K I: *sunt ergo* A B *ad* B L, *ut* A K *ad* K I. *Est etiam* A B *ad circumferentiam* B C, *ut* A K *ad circumferentiam* K O: *ergo* B L *est ad circumferentiam* B C, *ut* K I *ad circumferentiam* K O; *quoniam igitur sunt æquales* B I *&* *circumferentia* B C: *sunt igitur æquales* K I, *&* *circumferentia* K O.

truncatorum æque altorum. Jam vero superficies M N V X est rectangulum ex altitudine communi M N, & peripheria media K Z, (*per Lemma præcedens*). Hujusce medii circuli radius est K I fig. 121, in qua modo rem tota prosequamur. Ducatur ex centro circuli C perpendicularis C K ad M N latus polygoni, quæ erit apothegma commune polygoni, seu communis radius, & perpendicularis ad omnia latera polygoni, & latera bifariam dividet: ducatur insuper ex M recta M R parallela ad axim, & ex K perpendicularis K I, parallela ad N D: in triangulis N M R, K I C æquales sunt anguli I, R, quia recti: anguli autem M K I, hoc est, M N R (*n.* 87), & C sunt æquales; quoniam singuli, cum angulo I K G rectum efficiunt (*n.* 100); ac proinde tertius M est æqualis tertio I K C, & triangula M N R, K I C, similia (*n.* 128): ergo est M N ad M R, ut K C ad K I (*n.* 94. 128): ergo rectangulum sub extremis M N, K I æquale rectangulo sub mediis M R, seu P D, & K C (*n.* 124).

Sumantur modo rectæ M N, K C, tamquam radii: erunt igitur ut eorum peripheriæ (*n.* 138); substitutis igitur peripheriis pro radiis, adhuc erit æquale rectangulum sub P D, & peripheria radii K C rectangulo sub K I & peripheria radii M N: Quod idem est, atque rectangulum sub M N, & peripheria radii K I, circuli scilicet medii in cono truncato. Similiter superficies coni truncati M O X G, hoc est, rectangulum sub M O, & peripheria radii Z V, æquabitur rectangulo sub O S, hoc est, Y P, & sub circumferentia ejusdem radii C K, aut C Z: omnes igitur coronæ, seu truncatorum conorum superficies, quæ sphæricam circumferentiam formant, hoc est, omnia rectangula sub lateribus P D, P Y &c. & circumferentiis radiorum C K, C Z &c. æquantur totidem rectangulis, quorum communis basis sit peripheria radii K C, altitudines autem rectæ A Y, Y P, P D &c. seu A C B, illis æqualis, hoc est, unico rectangulo sub circumferentia circuli maximi A M B, & diametro integra sphæræ. Hujusmodi autem rectangulum est æquale quatuor circulis maximis sphæræ: unusquisque enim circulus maximus est factum ex quarta parte diametri per totam peripheriam (*n.* 114): ergo factum ex quatuor hujusmodi partibus, hoc est,

ex

ex integra diametro per totam periphæriam, sunt quatuor circuli maximi sphæræ: Q. E. D.

SCHOLION.

185. *Ex demonstratis facillime elicitur cujuscunque corporis mensura. Diximus supra, haberi prysmatis massam, si altitudinem* I K *v. g.* (Fig. 96.) *per integram basim multiplicemus: pyramidem vero quamcunque* B A F C (Fig. 89.) *dignosci, si tertia pars altitudinis* C F *in integram basim ducatur: est enim tertia pars prysmatis. Cylindrus quicunque* N B C D (Fig. 95.), *cum sit prysma, est factum ex altitudine* C N *in basim ducta. Conus* C D A, *hujusce cylindri pars tertia, habebitur, si tertiam altitudinis partem in totam basim ducas.*

Sphæra A X (Fig. 97.) *est factum ex tertia parte radii* A X *in totam superficiem ducta, ut demonstravimus: Ut tamen tertia pars radii per superficiem multiplicetur, ipsam prius superficiem emetiri oportet, & diametrum, seu radium. Diameter* M M *facile dignoscitur, si duo plana* M M *sphæram utrinque contingentia statuas parallela, eorumque distantiam, hoc est, diametrum* M M *invenias. Superficies autem sphæræ quatuor circulos maximos ejusdem sphæræ continet, & adæquat.*

Diametro M M *reperta, invenitur sexta ejus pars, vel tertia radii, & maximi circuli circumferentia per num.* 114; *ejusdemque circuli area, per num.* 115; *superficies sphæræ habetur, ut modo demonstravimus, quatuor circulos maximos in unam summam addendo: & massa tandem sphæræ, si tertiam partem radii notam, in superficiem sphæræ etiam notam ducamus. Sit exemplum: sit* M M *diameter* 12 *pedes: tertia pars radii,* 2; *circumferentia circuli maximi,* 36; *ejusdem circuli area,* 108: *superficies sphæræ,* 432: *massa,* 864.

Corporum quorumcunque similium superficies minorem inter se habent rationem, quam eorumdem massæ: seu quo majora sunt corpora similia, eò minorem habent superficiem relate ad suam massam. Superficies enim augentur, ut laterum similium quadrata; massæ ut cubi (num. 171). *Sit exemplum. Diameter sphæræ* M M *sit subduplum diametri* Z X, *& prior statuatur,* 10; *poste-*

rior, 20: *superficies erunt inter se, ut* 100 *ad* 400, *eorum numerorum quadrata: massæ autem, ut* 1000 *ad* 8000. *eorumdem numerorum cubi: major vero est ratio* 8000 *ad* 1000, *octupla, quam* 400 *ad* 100, *quadrupla*. *Rursus, major etiam est ratio* 8000 *ad* 400, *vigecupla, quam* 1000 *ad* 100 *decupla. Major igitur sphæra minorem habet superficiem relate ad propriam massam, quam minor sphæra: hoc etiam obtinet in omnibus corporibus similibus*.

ELEMENTUM QUINTUM.

Sphærica ex Theodosio, seu aliquæ proprietates circulorum, qui in sphæræ superficie considerantur, a Tyrone Philosopho non ignorandæ.

186. Quæ hactenus tradidimus, aut ab *Euclide* desumpta sunt (si methodum, & demonstrationes excipias), aut ad Euclidis librorum argumentum spectant. Iis fere contenti sunt, qui Geometriæ Elementa in studentium tyronum usum conscribunt. Quoniam autem experimento didici, *Astronomiam Physicam, Sphæram*, & *Geographiam* satis intelligi non posse, nisi aliquam prius sphæricorum Elementorum cognitionem habeant; idcirco pauca hic attingimus, quæ & captu facillima sunt, & necessaria tyronibus existimavi. *Sphæricorum* nomine hic intelligimus peculiarem de circulis, aut sectionibus sphæræ, in superficiebus sphæricis præcipue consideratis explicationem. Sphæricorum elementa tribus libris conscripsit olim *Theodosius*, celebris Mathematicus, qui aliquot ante *Christum* natum annis floruit, ex quo sequentia fere adsumam, licet alia methodo demonstrem.

DEFINITIO.

187. *Sphæræ superficiem, centrum, diametrum, radium, massam* superius jam definivimus. *Axis sphæræ* est diameter, seu recta ab uno ad oppositum circumferentiæ punctum per centrum ducta, supra quam sphæra ipsa circumvolvitur, aut gyrare concipitur. Rem quotidie videre potes in globo quocunque, aut etiam rota se se convolvente.

Finge circulum, seu globum PAQR (Fig. 13.) cir-

circa diametrum P Q convolvi: erit P Q illius sphæræ axis.

DEFINITIO.

188. Sphæræ cujuscumque P A Q R *poli* sunt extremitates P Q axis, supra quem ipsa revolvitur. Circuli etiam in sphæræ superficie descripti, v. g. circuli A K R *poli* sunt duo illa puncta P Q in eadem sphæræ superficie posita, quæ a singulis peripheriæ circuli punctis æqualiter distant. Finge semicirculum P R Q circa axem P Q convolvi: punctum R, per quadrantem R P, R Q ab utroque extremo P Q remotum, peripheriam describet R K A ubique semper a punctis P Q per quadrantem dissitam: puncta igitur P Q sunt illius circuli R K A *poli*. Circuli igitur poli P Q cum illius centro confundi nequeunt: centrum enim D in plano circuli existit, poli vero P Q extra planum.

HYPOTHESIS.

189. Sphæra P A Q R (Fig. 13.) generari concipitur, si circulus A R (cujus centrum D, axis vero P Q diametro A R æqualis, & ad circuli planum perpendicularis) ita per axem P Q versus utrumque polum moveatur, ut centrum D in axe semper D S X Q existat; planum circuli sit semper sibi ipsi parallelum A R, T V, Z Y: circulus vero recedendo a centro ita decrescat, ut omnia ejus peripheriæ puncta A K R, P S, Z Y semper æque distent a puncto D, sphæræ centro, in quibuscumque punctis decrescentis circuli centrum existat.

Eademmet hypothesis, seu genesis alio modo proponi potest, quæ tamen in idem recidit; si nimirum circa diametrum immotam P Q semicirculum P R Q circumvolvi concipiamus: singula enim peripheriæ puncta singulos parallelos circulos, minores semper, & minores, atque sibi ipsis mutuo parallelos describent, & describendo sphæram generabunt. Hypothesis hæc est ipsamet natura sphæræ in ipsius genesi considerata; tres autem assignatæ conditiones sunt omnino necessariæ; aliqua enim deficiente, generaretur cylin-

 drus,

drus, aut conus, aut corpus ellipticum; & hinc evidenter, & pulchre deducuntur sequentia.

COROLLARIUM I.

190. *Si sphæra plano quomodocumque secetur, vel per centrum, vel extra centrum; communis sectio sphæræ & illius plani est circulus.*

Demonstratur. Ponamus sphæram A P R Q (Fig. 13.) secari per centrum D, & extra centrum per punctum S. In primo casu rectæ D A, D K, D R sunt omnes æquales per definitionem sphæræ; ergo planum A K R D est circulus, & linea A K R peripheria circularis. Si sectio T V per centrum non transeat; concipiatur alia A R per centrum ducta, & priori parallela: erit igitur T V ipsamet sectio A R diminuta (n. 189.): semper igitur perget esse circulus.

COROLLARIUM II.

191. *Communis sectio plani, & sphæræ transiens per centrum, est circulus habens centrum commune cum sphæra.*

Sit D (Fig. 13.) centrum sphæræ; erit etiam centrum sectionis circularis A K R, cujus planum transit per centrum sphæræ. Sequitur evidenter ex sphæræ genesi: sunt etenim D A, D K, D R, & omnes aliæ ex D in plano A K R usque ad periphæriam ductæ, & inter se æquales, & tam sphæræ, quam sectionis radii: D igitur est commune utriusque centrum.

COROLLARIUM III.

192. *Omnes communes sectiones planorum, & sphæræ, hoc est, omnes circuli in sphæra, per illius centrum transeuntes, sunt maximi: & vicissim, si sunt maximi, per sphæræ centrum transeunt.*

Demonstratur ex eademmet genesi: circuli A K R, per centrum D transeuntes, habent idem centrum, & radios, atque sphæra (n. 191.): sunt ergo maximi, qui in sphæra considerari possint.

Secunda pars: si circulus T V non transit per centrum sphæræ D; duci poterit per centrum alius A R prio-

R priori parallelus: ergo A R eſt circulus maximus (per primam partem); ergo T V eſt circulus A R diminutus; ac proinde non eſt maximus.

COROLLARIUM IV.

193. *Omnes ſectiones communes ſphæræ, & planorum per centrum tranſeuntium, hoc eſt, omnes circuli maximi ſphæræ ſunt æquales.*

Demonſtratur. Secetur ſphæra P A Q R (Fig. 13.) triplici plano, ſeu circulo P A Q R, P K Q, A K R per centrum D: omnium radii D R, D P, D Q ſunt ipſemet ſphæræ radius (n. 191.): omnes igitur ſunt æquales.

COROLLARIUM V.

194. *Omnes circuli maximi in ſphæra ipſam in duas partes æquales ſecant.*

Demonſtratur: Ex ipſa ſphæræ geneſi ſequitur: maximus circulus A R (Fig. 13.) eodem motu & planorum ſimilium, & æqualium numero utrumque hemiſphærium A R P, A Q R deſcribet (n. 189.): A R igitur in duas partes æquales dividit ſphæram.

COROLLARIUM VI.

195. *Omnes circuli maximi ſphæræ ſe mutuo ſecant linea recta tranſeunte per commune eorum, & ſphæræ centrum, ac per conſequens ſe mutuo ſecant in duas partes æquales.*

Duo quicumque circuli maximi A R K, (Fig. 13.) A P R Q tranſeunt per centrum D (n. 192.): ergo neceſſario ſe ſecant: ſi enim eſſent paralleli, eorum ſaltem alius non tranſiret per centrum: ergo eorum communis ſectio tranſit per centrum: ea vero eſt linea recta (n. 145.): ergo eſt diameter v. g. A R: ergo ſe ſecant per communem diametrum: ergo ſe dividunt mutuo in duas partes æquales.

Quicunque ergo circulus maximus in ſphæra non ſolum ſphæram ipſam, ſed omnes alios circulos maximos in eadem ſphæra bifariam dividit, & ab eorum ſingulis ſimiliter dividitur. Omnia hactenus demonſtrata maximo uſui ſunt in tractatu de ſphæra.

COROLLARIUM VII.

196. *Circuli in sphæra non maximi* T V (Fig. 13.) *omnes extra centrum* D *transeunt* ; *&* *sphæram in partes inæquales* T P V , V Q T *dividunt* .

Si enim transirent per centrum , essent maximi (*n.* 192.) contra hypothesim . Rursus si sphæram bifariam dividerent ; iterum transirent per centrum , & essent maximi etiam contra hypothesim .

COROLLARIUM VIII.

197. *Circuli non maximi in sphæra* T V , Z Y (Fig. 13.) *eo minores sunt* , *quo magis a centro* D , *seu a maximo* A R *sibi parallelo distant* .

Demonstr: sint duo minores circuli T V , Z Y in sphæra , & sibi , & maximo A R paralleli : primus temen T V centro vicinior ; duo circuli minores T V , Z Y sunt idemmet circulus A R eo tamen magis diminutus , quo major fuerit ejus distantia a centro D (*n.* 189.) ; ergo in X erit minor , quam in S .

COROLLARIUM IX.

198. *Sphæra quæcumque tangit planum* F G (Fig. 13.) *in unico tantum puncto* E .

Demonstrari eo modo potest , quo numero 75. eamdem veritatem de circulo , & lineæ tangentis contactu demonstravimus : sed ex eadem sphæræ genesi descendit , & ita etiam ostenditur : recta tangens F G in unico puncto tangit circulum O E A I : convolvatur circulus circa diametrum E I una cum tangente circa punctum E . Circulus generabit sphæram ; recta autem planum F G ; unicum autem est in hac genesi contactus punctum .

COROLLARIUM X.

199. *Recta* C E (Fig. 13) *ducta a centro sphæræ ad punctum contactus* E *plani tangentis* , *est perpendicularis ad ipsum planum* : *&* *vicissim* , *si ex puncto contactus* E *demittatur* , *aut excitetur perpendicularis ad planum tangens* ; *ea producta transibit per centrum* .

Utrum-

Utrumque superius numero 82. de linea perpendiculari ad tangentem circuli, & per punctum contactus transeunti demonstravi: inde, & ex plani atque sphæræ genesi res modo conficitur: Circulus O E A convolvatur circa diametrum E C I una secum devolvendo tangentem F G, semper tangentem: in quocumque situ, & revolutionis puncto sint circulus generator, & tangens, semper E C erit perpendicularis ad tangentem, & transibit per centrum circuli: cum vero tangens convoluta generet planum tangens, circulus convolutus generet sphæram, recta autem E C sit semper perpendicularis, per centrum transeat, & constanter maneat invariata: erit perpendicularis ad planum, & transibit per centrum.

COROLLARIUM XI.

200. *Duæ sphæræ in unico tantum puncto* A *se mutuo possunt tangere.*

Demonstr. Si enim concipiatur duci planum per punctum A, & sphæram utramque contingere; unicum erit plani, & sphærarum contactus punctum (*n.* 198.) præter illud igitur punctum utraque sphæra a plano in partes oppositas recedunt; magis tamen a se mutuo, quam a plano recedunt superficies convexæ. Idem pariter de interiori contactu demonstratur.

COROLLARIUM XII.

201. *Duo extrema* P Q (Fig 13.) *cujuscunque diametri* P Q, *supra quam revolvitur sphæra, sunt poli omnium circulorum* A R, T V, Z Y, *quos singula puncta superficiei sphæræ hujusmodi revolutione describunt.*

Demonstratio. Assumantur tria puncta R V Y in ejusdem semicirculi P R Q periphæria: convolvatur circa diametrum immobilem P Q semicirculus; punctum R describet circulum R K A; & cum ab extremo immoto P semper conservet eamdem distantiam nempe arcum R P; punctum P est ejus circuli polus (*n.* 188.). Similiter cum ab extremo Q per arcum R Q semper distet, dum revolvitur, & circulum describit, erit Q alter ejusdem circuli polus. Idem eodem modo, & ex eadem genesi de circulis quibuscun-

que aliis T V, Z Y hujusmodi revolutione descriptis demonstratur.

COROLLARIUM XIII.

202. *Quicumque circuli in sphæra inter se paralleli* Z T, T V, A R (Fig. 13.) *habent eosdem communes Polos* P Q.

Demonstratur ex data modo circulorum in sphæra genesi. Deinde omnes circuli S, X, maximo circulo D paralleli, sunt ipsemet circulus D diminutus, descendens ad extremum Q sui axis sibi ipsi semper parallelus (*n.* 189.); Circulus D hoc modo descendens, & decrescens eosdem semper habet polos, ut ex se evidenter patet: omnes ergo circuli T V, & quicumque alii circulo A R paralleli, communes habent polos P Q.

Et hinc in sphæra demonstrabimus, mundanos polos esse omnium diurnarum revolutionum Solis, & aliorum astrorum communes polos.

COROLLARIUM XIV.

203. *Omnes vicissim circuli* T V, A R (Fig. 13.) *in Sphæra, qui eosdem habent polos* P Q, *sunt inter se paralleli.*

Demonstratio. Quoniam enim per hypothesim communes habent polos P Q ii autem sunt extrema axis, supra quem duo illi circuli T V, A R generantur, duo puncta U R, supra eumdem axem P Q revoluta, semper inter se distant per eumdem arcum U R: peripheriæ igitur, & circulorum plana sunt parallela.

COROLLARIUM XV.

204. *Cujuscunque circuli* T V (Fig. 13.) *in sphæra poli sunt duo puncta* P Q *diametraliter opposita in eadem sphæra.*

Res est per se fere evidens: Poli circuli T V sunt duo extrema axis revolutionis, qua ille generatur circulus (*n.* 201): omnis autem axis, seu diameter per sphæræ centrum transit: sunt igitur poli P Q diametraliter oppositi.

CO-

COROLLARIUM XVI.

205. *Polus cujuscunque in sphæra circuli est illud punctum, quod ab eadem parte in superficie sphærica maxime distat ab ipso circulo.*

Si circuli T V (Fig. 13) polus inferior est Q, punctum Q ab illa parte est omnium a circulo T U remotissimum: idem dico de polo P (licet utriusque non eadem sit a circulo distantia in circulis minoribus): Sunt enim poli extrema diametri P Q (n. 204): extrema autem diametri sunt puncta omnium remotissima ex eadem parte a puncto quocunque in peripheria dato.

COROLLARIUM XVII.

206. *Quilibet in sphæra circulus duos tantummodo habet polos.*

Demonstr. Duo enim sunt tantummodo puncta P Q diametraliter opposita, & maxime ex utraque parte a circulo dato T V (Fig. 13.) remota: Si enim Q maxime ex parte Q a circulo T V distat; punctum quodcunque aliud Y minus distat ab V, quam polus Q: ergo non est polus (n. 205.).

COROLLARIUM XVIII.

207. *Recta, seu diameter quæcunque ab uno ad alium polum ducta, transit per centra omnium circulorum* D S X (Fig. 13.), *quorum poli sunt duo illa puncta* P Q, *ipsius diametri extrema.*

Demonstr. Inprimis transit per D circuli maximi centrum, quod est idem, atque centrum sphæræ (n. 191.), per quod transit omnis diameter: deinde idemmet circulus per axem suum P Q ascendens, & descendens secundum legem in hypothesi expositam; ita ut illius centrum sit semper in axe, imo suomet motu axem describat, efficit, seu potius degenerat in omnes alios circulos sibi parallelos, quorum communes poli sunt P Q (n. 189): ergo omnia illorum circulorum centra sunt, & componunt rectam, seu diametrum ab uno ad alium polum ductam.

CO-

COROLLARIUM XIX.

208. *Axis* P Q (Fig. 13.) *cujuscunque circuli* A R *in sphæra descripti, seu recta ab uno ad alium ejus circuli polum ducta, est ad planum ejus circuli perpendicularis;*

Demonstr. Sit A R circulus maximus: arcus P R, P A sunt æquales (*n.* 188:): imo quadrantes, cum A P R sit semicirculus (*n.* 195.): ergo anguli P D A, P D R facti ab axe P Q, & a quacunque circuli D diametro sunt recti (*n.* 61.), & consequenter P Q est ad planum circuli A R perpendicularis (*n.* 141). Omnes autem circuli minores S X habentes eosdem polos, atque maximus D, sunt maximo paralleli (*n.* 203.): ergo habent communem perpendicularem (*n.* 151).

COROLLARIUM XX.

209. *Circulus* P R Q A (Fig. 13.) *transiens per duos polos aliorum quorumcunque circulorum* D S X *illos secat perpendiculariter, & per centrum.*

Demonstr. Axis P Q est in plano circuli A P Q per ipsius axis extrema transeuntis: quoniam igitur axis P Q est ad omnium circulorum D S X plana perpendicularis (*n.* 208); etiam planum A P Q circuli transeuntis per polos, est ad eosdem circulos perpendiculare.

Quod autem illos omnes circulos secet per centrum; res est ex modo demonstratis evidens: transit enim per axem P Q, qui per omnium centra etiam transit. (*n.* 207.).

COROLLARIUM XXI.

210. *Communis sectio Circuli* A P R Q (Fig. 13.) *transeuntis per polos* P Q, *& circulorum omnium* D S X, *per quorum polos* P Q *ipse circulus* A P Q *transit, est ipsorum circulorum diameter, & consequenter eos secat in duas partes æquales.*

Demonstr. Planum A P R Q secat planum T V per centrum (*n.* 209): deinde communis sectio eorum duorum planorum necessario est linea recta (*n.* 145): ergo est linea recta T V transiens per centrum, & in

, peri-

periphæria ex utraque parte terminata, hoc eſt diameter: ergo circulus S in duas æquales partes ab hujuſmodi ſectione dividitur.

Hæc omnia locum habent in ſphæra ad explicandam, & demonſtrandam æqualitatem temporis matutini, & veſpertini; diurni, & nocturni in ſphæra recta; & alia quamplurima iis affinia.

COROLLARIUM. XXII.

211. *Circulus maximus* L T (Fig. 105.) *in ſphæra minores* M N, G H *inter ſe parallelos ſecans; quin per eorum polos* E R *tranſeat, eos bifariam non ſecat; eaque parallelorum ſegmenta* X N, T G *majora ſunt, quæ ſunt verſus viciniores polos* E R.

Demonſtr. Circulorum M N, G H plana bifariam ſecantur planis tranſeuntibus per eorum polos E R, hoc eſt, per eorum centra U I, hoc eſt, per eorum axem E R (*n.* 209, 210.): Cum ergo planum circuli L T per polos E R aut centra V I non tranſeat, illius ſectio non eſt eorum circulorum diameter; ac proinde in partes æquales non ſecat circulos.

Majorem vero eſſe partem X N, cadentem verſus polum E, quam partem X M, quæ partem oppoſitam ſpectat, ex eo demonſtratur, quod in priori parte X N exiſtat circuli M N centrum V. Idem de alio parallelo I H dictum habe.

Facile etiam eſſet demonſtrare, circulum quemcunque maximum L T (Fig. 105.) eos omnes (quos ſecat), oblique ſecare, ſi per eorum polos non tranſeat.

Cum enim cujuſcunque circuli maximi L T planum per ſphæræ centrum F tranſeat (*n.* 192) aliunde vero ſectio per axem F E ſit ad planum M N perpendicularis (*n.* 209); ex eodem puncto F duci poſſent duæ rectæ F L, F E ad idem planum M N perpendiculares, quod eſt impoſſibile (*n.* 148. 149).

COROLLARIUM XXIII.

212. *Maximus circulus* L T (Fig. 105.) *non tranſiens per minorum, & parallelorum* Q Z, G H *polos* E R, *magis inæqualiter ſecat circulos* G H *a centro remotiores, quam circulos* Q Z *propiores*.

Demon-

Demonſtr. Axis E R tranſit per centra P, I prædictorum circulorum (*n.* 207): cum ergo recta, aut planum F T in centro F ſecet rectam, aut planum F R, & inde ab F R ſemper divergat; minor eſt diſtantia P O, quam I T: ergo ſectio circuli Q Z vicinior eſt centro P, quam ſectio circuli G H: ſecundi igitur circuli partes G T, T H ſunt magis inæquales, quam prioris ſegmenta Q O, O Z.

Ex hiſce ultimis majorem dierum, & noctium inæqualitatem, dum Sol eſt ab æquatore remotior, quam dum æquinoctiali vicinior convolvitur, atque alia hujuſmodi in ſphæra demonſtrabimus.

Et hoc quidem ex ſphæricis tyroni philoſopho ſatis eſſe exiſtimo. Illa vero omnia tamquam corollaria ex una ſphæræ geneſi deduximus, ut & brevius, & clarius rem proponeremus.

APPENDIX

Ad Elementa Geometriæ, in qua Sectiones Conicæ Ellypſis, Parabola, Hyperbola, Logiſtica, Cyclois breviſſime explicantur.

213. Sectiones Conicæ in Philoſophorum gratiam ſummis labiis hic attingendæ ſunt; accuratam enim hujuſce tractatus cognitionem, homini Geometræ neceſſariam, relinquimus, cui turpe eſſet Geometriam hanc ſublimiorem perfunctorie ſolum attingere, vel a limine ſalutatam deſerere. Phyſicum tamen neque plurima, neque nulla ex hoc tractatu addiſcere opus eſſe judico. Plurima enim in Aſtronomia phyſica occurrunt, qualia ſunt ſolis, & cæterorum planetarum, & cometarum motus; plurima in Mechanica, Statica, Optica Phyſica, & aliis naturalis philoſophiæ partibus paſſim offendimus, quæ levem ſaltem Ellypſis, Hyperbolæ, & Parabolæ cognitionem ſupponunt, ut pede inoffenſo, & recte, ut par eſt, intelligantur; ad ea enim hærere opus eſſet, qui ne leviter quidem hunc tractatum attingeret. Ea tamen illa ſunt, ad quæ rite capienda opus minime ſit vel omnes, vel majorem etiam Ellypſis, aut Parabolæ proprietatum partem prænoſcere. Quæ igitur neceſſaria eſſe ducam, in ſequentibus exponam.

DEFI-

DEFINITIO.

214. *Ellypsis*, sive *Ovalis* est figura plana A C B E (Fig. 107.) unica linea curva comprehensa, magis in longitudinem A B, quam in latitudinem C E extensa. Linea curva A C B E *Ellyptica* vulgo nuncupatur. Duo in Ellypsi sunt axes, major A B majoris longitudinis mensura: minor C E majoris latitudinis dimensio: bifariam, & perpendiculariter se in puncto X intersecant, quod *Centrum* Ellypsis nuncupatur. Extrema item A B majoris axis *apices* Ellypsis appellantur. Duo axes A B, C E lineam ellypticam, & ellypsim in quatuor partes Æquales dividunt; ut esset demonstratu facillimum.

DEFINITIO.

215. Omnes rectæ O O, R R (Fig. 107), quæ intra ellypsim per illius centrum ductæ, in periphæria terminantur, sunt diametri: infinitas proinde habent diametros, quarum singulæ æqualiter in centro dividuntur: diametrorum maxima est axis major A B; minima axis minor C E. Diametri *conjugatæ* R R, O O sunt illæ, quæ & se se, & suas mutuo parallelas intra ellypsim ductas æqualiter dividunt.

DEFINITIO.

216. *Rectæ ad diametrum* O O *v. g. applicatæ* dicuntur lineæ S S, Z sibi parallelæ, quas prædicta diameter O O æqualiter dividit. *Applicatarum* nomine earum rectarum dimidia S V communiter intelliguntur: pars item O V diametri conjugatæ a vertice O ad applicatam usque ducta dicitur *abscissa*, seu *sagitta*.

DEFINITIO.

217. Ellypsis *focos*, aut *polos* dicimus duo puncta O V (Fig. 108) in majori axe assumpta, æqualiter a suo quoque vertice C D distantia, e quibus ductæ rectæ V R, O R ad quodlibet periphæriæ punctum simul sumptæ sunt æquales majori axi C D. *Parameter*,

ter, seu latus rectum axis A B ellypseos C B E (Fig. 106.) est recta N B tertia proportionalis geometrice ad axes; ita ut sint ∺ A B . C E . N B; ducta perpendiculariter per extremum axis, cujus est parameter.

S C H O L I O N.

218. *Tres omnino numerantur præcipue, & mirabiles Ellypsium proprietates, quas ignorare turpe est philosopho; demonstrare ad Geometram spectat. Prima: Quadrata applicatarum ad axim, vel diametrum quamcunque sunt inter se, ut rectangula facta ex segmentis, in quæ applicatæ diametrum dividunt; hoc est, quadratum supra S V* (Fig. 107.) *est ad quadratum supra R X, ut rectangulum ex O V, & V O ad rectangulum ex O X, & X O. Circulis etiam, alio tamen, & perfectiori modo, hæc proprietas competit: in circulis enim quadrata, & rectangula sunt æqualia: in ellypsibus autem tantummodo proportionalia.*

Secunda proprietas : Si ex ellypseos polis O V (Fig. 108.) *duæ rectæ ad singula quæque puncta R v. g. peripheriæ ducantur, per idemque punctum R recta ducatur A E peripheriam tangens; duo singuli anguli A R O, V R E, a tangente, & rectis a polis ad punctum R ductis formati, erunt æquales. Ex quo physicam alibi hujusce figuræ proprietatem demonstrabimus.*

Tertia proprietas : Si ex polis O V ellypseos duæ rectæ V R; O R ad qualibet peripheriæ puncta ducantur; erit earum duarum rectarum summa majori axi C D (Fig. 108.) *æqualis. Unde facillime ellypsim describes, assumpto ad arbitrium majori, minorique axe C D, N T. Ab extremo enim T minoris axis, majorem bifariam, & perpendiculariter secantis, duæ lineæ rectæ, seu fila T O, T V in majorem axim cadant, quorum quodlibet semiaxi majori X D sit æquale: puncta O V, in quæ incident, erunt ellypseos poli: filorum igitur extremis in iis punctis clavo defixis, calamo ad commune extremum T alligato, & filo semper tenso percurre ad C, & ad usque D; idemque si ex alia parte fiat, ellypsim habebis.*

D E-

DEFINITIO.

219. *Parabola* est superficies plana, quam linea curva describit, cujus latera T C B, T Y F a puncto quodam T (summitate Parabolæ) a se invicem semper magis, & magis removentur in infinitum, quin unquam possint concurrere, & in qua applicatarum v. g. Z L, Y D quadrata sunt inter se, ut sagittæ, seu abscissæ T L, T D. Hujusmodi curvam nuncupamus *lineam Parabolicam* (Fig. 109).

DEFINITIO.

220. *Parabola*, sicut & ellypsis, suas habet tangentes B X O v. g. (Fig. 110), applicatas, semiapplicatas, sagittas &c. Recta R T (Fig. 109.) perpendicularis ad parabolam (idem de ellypsi, & hyperbola statim definienda dictum habe) est ea, quæ tangentem A T X in puncto contactus T perpendiculariter secat. Axis est recta T M, quæ sibi applicatas N Z, C Y & æqualiter, & perpendiculariter secat. Unicus est axis T M in parabola: ejus item extremum T est vertex parabolæ.

DEFINITIO.

221. Diametri Parabolæ sunt omnes illæ rectæ M, N v. g. intra eam ductæ, quæ sibi applicatas C T, B H bifariam dividunt. Unde innumeræ esse possunt diametri in Parabola. Parameter alicujus diametri est recta quædam T X, quæ sit tertia proportionalis ad sagittam T D, & rectam D Y ipsi diametro applicatam; ita ut sint T D ad D Y, ut D Y ad T X. *Parabolæ focus* est punctum quoddam R (Fig. 110.) intra illam situm, cujus a vertice Z distantia est quarta pars parametri Z Y axeos Z M.

SCHOLION.

222. *Tres item, & prorsus mirabiles proprietates in parabola distinguuntur. Prima: Applicatarum X F, I E* (Fig. 110) *v. g. quadrata sunt inter se, ut sagittæ ab iis-*

iisdem applicatis abscissæ, hoc est, ut Z F ad Z E: in quo etiam parabolæ ab ellypsi distinguuntur.

Secunda, si ex foco R ad punctum quodcunque lineæ parabolicæ X v. g. ducatur recta R X, atque per idem punctum ducatur tangens A X B, & recta N X ad axim M B parallela; erunt æquales duo anguli A X N, R X B ab iis rectis in puncto X formati. Atque hinc mirabilem speculi parabolici physicam proprietatem demonstrabimus.

Tertia, eaque paradoxum omnino mirabile: Duæ parabolæ æquales A B C, o z v, alia alii inclusa, communemque axim B M habentes, in infinitum productæ versus A o, v C, semper magis ad se invicem, & magis accedunt, quin unquam possint concurrere, aut se se possint secare: suntque proinde, & dicuntur asymptotæ.

DEFINITIO.

223. Hyperbola E B F (Fig. 111) est superficies plana a curva linea definita, cujus latera E B, B F quo magis extenduntur, eo magis a se invicem ea lege removentur, ut quadrata applicatarum O I, F D v. g. ad axim B D sint inter se, ut rectangula facta ex sagittis respondentibus B O, B D, & linea composita ex sagittis respondentibus, & recta quadam externa B A, quæ est ipsius axis continuatio, hoc est, sit quadratum ex O I ad quadratum ex D F, ut rectangulum factum ex A O, O B ad rectangulum factum ex A D, D B. Hic est primus, & præcipuus Hyperbolæ character, & proprietas.

SCHOLION.

224. *Ut ea, quæ modo diximus, & inferius addam melius intelligantur, nota: Ellypsim, Parabolam, & Hyperbolam sectiones conicas nuncupari; propterea quod ejusmodi figuræ, lineæ, aut superficies ex diversis conorum sectionibus enascuntur: suntque plana ejusmodi pyramides conicas intersecantia. Conus quicunque P A Q B M* (Fig. 113) *si secetur plano P A Q per axim A M ducto; ejusmodi sectio est triangulum planum P A Q. Rursus sectio M R X N* (Fig. 115) *coni T A P ad ba-*

sim T L P *parallela est circulus, ut superius num.* 158. *notavimus.*

Planum S B R M, *conum rectum secans oblique ad basim, est Ellypsis, seu Ovalis, de qua superius egimus.* *Sectio coni* T V A X (Fig. 114) *parallela ad latus alterum* A X *trianguli* T A X *est planum Hyperbolicum* V B Z. *Tandem duo coni* P A Q, L A N (Fig. 113) *ad verticem* A *oppositi, ac proinde æquales, generatique a triangulorum* S A N, A M Q *circa rectam communem continuatam* S A M *revolutione, secentur uno eodemque plano* B M E R T Y S *&c. ad communem axim* S M *parallelo; ejusmodi sectiones* B E M, Y T S *sunt duæ Hyperbolæ. Earum igitur vertices sunt puncta* E T. *Distantia* E T *inter vertices est externa recta, de qua statim sermo erit. Porro axes, diametri, & applicatæ intra Hyperbolam sunt eædemmet, proportione habita, ac in Parabola.*

DEFINITIO.

125. *Axis determinatus* Hyperbolæ est recta E T (Fig. 113.) inter utrumque apicem comprehensa, *centrum* est punctum R, axis medium. Spectatis modo Hyperbolis B E M, Y T S extra conum in Fig. 112. Diametri determinatæ sunt rectæ X X à peripheria A C B ad oppositæ Hyperbolæ H I L peripheriam ductæ. Lineæ *Asymptotæ* sunt rectæ quædam Z E, Z M, Z Y, Z D, quæ ex Hyperbolæ centro Z ita ducuntur, ut quo magis producuntur v. g. Z Y, Z M ad peripheriam H I L magis semper, & magis in infinitum accedant, quin unquam eam tangere, vel secare possint, aut cum ea concurrere. En mirabilem Hyperbolæ proprietatem, quam apud Geometras demonstratam passim offendes.

DEFINITIO.

126. Hyperbolæ A B focus est punctum quoddam O intra illam, & in ejus axe existens, cujus à centro Z distantia O Z æqualis est Asymptotæ Z D inter centrum Z, & tangentem C D per verticem transeuntem comprehensæ.

que aliis T V, Z Y hujusmodi revolutione descriptis demonstratur.

COROLLARIUM XIII.

202. *Quicumque circuli in sphæra inter se paralleli* Z T, T V, A R (Fig. 13.) *habent eosdem communes Polos* P Q.

Demonstratur ex data modo circulorum in sphæra genesi. Deinde omnes circuli S, X, maximo circulo D paralleli, sunt ipsemet circulus D diminutus, descendens ad extremum Q sui axis sibi ipsi semper parallelus (*n.* 189.); Circulus D hoc modo descendens, & decrescens eosdem semper habet polos, ut ex se evidenter patet: omnes ergo circuli T V, & quicumque alii circulo A R paralleli, communes habent polos P Q.

Et hinc in sphæra demonstrabimus, mundanos polos esse omnium diurnarum revolutionum Solis, & aliorum astrorum communes polos.

COROLLARIUM XIV.

203. *Omnes vicissim circuli* T V, A R (Fig. 13.) *in Sphæra, qui eosdem habent polos* P Q, *sunt inter se paralleli.*

Demonstratio. Quoniam enim per hypothesim communes habent polos P Q ii autem sunt extrema axis, supra quem duo illi circuli T V, A R generantur, duo puncta U R, supra eumdem axem P Q revoluta, semper inter se distant per eumdem arcum U R: peripheriæ igitur, & circulorum plana sunt parallela.

COROLLARIUM XV.

204. *Cujuscunque circuli* T V (Fig. 13.) *in sphæra poli sunt duo puncta* P Q *diametraliter opposita in eadem sphæra.*

Res est per se fere evidens: Poli circuli T V sunt duo extrema axis revolutionis, qua ille generatus circulus (*n.* 201): omnis autem axis, seu diameter per sphæræ centrum transit: sunt igitur poli P Q diametraliter oppositi.

CO-

COROLLARIUM XVI.

205. *Polus cujuscunque in sphæra circuli est illud punctum, quod ab eadem parte in superficie sphærica maxime distat ab ipso circulo.*

Si circuli T V (Fig. 13) polus inferior est Q, punctum Q ab illa parte est omnium a circulo T U remotissimum: idem dico de polo P (licet utriusque non eadem sit a circulo distantia in circulis minoribus): Sunt enim poli extrema diametri P Q (*n.* 204): extrema autem diametri sunt puncta omnium remotissima ex eadem parte a puncto quocunque in periphæria dato.

COROLLARIUM XVII.

206. *Quilibet in sphæra circulus duos tantummodo habet polos.*

Demonstr. Duo enim sunt tantummodo puncta P Q diametraliter opposita, & maxime ex utraque parte a circulo dato T V (Fig. 13.) remota: Si enim Q maxime ex parte Q a circulo T V distat; punctum quodcunque aliud Y minus distat ab V, quam polus Q: ergo non est polus (*n.* 205.).

COROLLARIUM XVIII.

207. *Recta, seu diameter quæcunque ab uno ad alium polum ducta, transit per centra omnium circulorum* D S X (Fig. 13.), *quorum poli sunt duo illa puncta* P Q, *ipsius diametri extrema.*

Demonstr. Inprimis transit per D circuli maximi centrum, quod est idem, atque centrum sphæræ (*n.* 191.), per quod transit omnis diameter: deinde idemmet circulus per axem suum P Q ascendens, & descendens secundum legem in hypothesi expositam; ita ut illius centrum sit semper in axe, imo suomet motu axem describat, efficit, seu potius degenerat in omnes alios circulos sibi parallelos, quorum communes poli sunt P Q (*n.* 189): ergo omnia illorum circulorum centra sunt, & componunt rectam, seu diametrum ab uno ad alium polum ductam.

CO-

COROLLARIUM XIX.

208. *Axis* P Q (Fig. 13.) *cujuſcunque circuli* A R *in ſphæra deſcripti, ſeu recta ab uno ad alium ejus circuli polum ducta, eſt ad planum ejus circuli perpendicularis;*

Demonſtr. Sit A R circulus maximus: arcus P R, P A ſunt æquales (*n.* 188.): imo quadrantes, cum A P R ſit ſemicirculus (*n.* 195.): ergo anguli P D A, P D R facti ab axe P Q, & a quacunque circuli D diametro ſunt recti (*n.* 61.), & conſequenter P Q eſt ad planum circuli A R perpendicularis (*n.* 141). Omnes autem circuli minores S X habentes eoſdem polos, atque maximus D, ſunt maximo paralleli (*n.* 203.): ergo habent communem perpendicularem (*n.* 151).

COROLLARIUM. XX.

209. *Circulus* P R Q A (Fig. 13.) *tranſiens per duos polos aliorum quorumcunque circulorum* D S X *illos ſecat perpendiculariter, & per centrum.*

Demonſtr. Axis P Q eſt in plano circuli A P Q per ipſius axis extrema tranſeuntis: quoniam igitur axis P Q eſt ad omnium circulorum D S X plana perpendicularis (*n.* 208); etiam planum A P Q circuli tranſeuntis per polos, eſt ad eoſdem circulos perpendiculare.

Quod autem illos omnes circulos ſecet per centrum; res eſt ex modo demonſtratis evidens: tranſit enim per axem P Q, qui per omnium centra etiam tranſit. (*n.* 207.).

COROLLARIUM XXI.

210. *Communis ſectio Circuli* A P R Q (Fig. 13.) *tranſeuntis per polos* P Q, *& circulorum omnium* D S X, *per quorum polos* P Q *ipſe circulus* A P Q *tranſit, eſt ipſorum circulorum diameter, & conſequenter eos ſecat in duas partes æquales.*

Demonſtr. Planum A P R Q ſecat planum T V per centrum (*n.* 209): deinde communis ſectio eorum duorum planorum neceſſario eſt linea recta (*n.* 145): ergo eſt linea recta T V tranſiens per centrum, & in

peri-

periphæria ex utraque parte terminata, hoc est diameter: ergo circulus S in duas æquales partes ab hujusmodi sectione dividitur.

Hæc omnia locum habent in sphæra ad explicandam, & demonstrandam æqualitatem temporis matutini, & vespertini; diurni, & nocturni in sphæra recta; & alia quamplurima iis affinia.

COROLLARIUM. XXII.

211. *Circulus maximus* L T (Fig. 105.) *in sphæra minores* M N, G H *inter se parallelos secans; quin per eorum polos* E R *transeat, eos bifariam non secat; eaque parallelorum segmenta* X N, T G *majora sunt, quæ sunt versus viciniores polos* E R.

Demonstr. Circulorum M N, G H plana bifariam secantur planis transeuntibus per eorum polos E R, hoc est, per eorum centra U I, hoc est, per eorum axem E R (*n.* 209, 210.): Cum ergo planum circuli L T per polos E R aut centra V I non transeat, illius sectio non est eorum circulorum diameter; ac proinde in partes æquales non secat circulos.

Majorem vero esse partem X N, cadentem versus polum E, quam partem X M, quæ partem oppositam spectat, ex eo demonstratur, quod in priori parte X N existat circuli M N centrum V. Idem de alio parallelo I H dictum habe.

Facile etiam esset demonstrare, circulum quemcunque maximum L T (Fig. 105.) eos omnes (quos secat), oblique secare, si per eorum polos non transeat.

Cum enim cujuscunque circuli maximi L T planum per sphæræ centrum F transeat (*n.* 192) aliunde vero sectio per axem F E sit ad planum M N perpendicularis (*n.* 209); ex eodem puncto F duci possent duæ rectæ F L, F E ad idem planum M N perpendiculares, quod est impossibile (*n.* 148. 149).

COROLLARIUM XXIII.

212. *Maximus circulus* L T (Fig. 105.) *non transiens per minorum, & parallelorum* Q Z, G H *polos* E R, *magis inæqualiter secat circulos* G H *a centro remotiores, quam circulos* Q Z *propiores.*

Demon-

Demonſtr. Axis E R tranſit per centra P, I prædictorum circulorum (*n.* 207): cum ergo recta, aut planum F T in centro F ſecet rectam, aut planum F R, & inde ab F R ſemper divergat; minor eſt diſtantia P O, quam I T: ergo ſectio circuli Q Z vicinior eſt centro P, quam ſectio circuli G H: ſecundi igitur circuli partes G T, T H ſunt magis inæquales, quam prioris ſegmenta Q O, O Z.

Ex hiſce ultimis majorem dierum, & noctium inæqualitatem, dum Sol eſt ab æquatore remotior, quam dum æquinoctiali vicinior convolvitur, atque alia hujuſmodi in ſphæra demonſtrabimus.

Et hoc quidem ex ſphæricis tyroni philoſopho ſatis eſſe exiſtimo. Illa vero omnia tamquam corollaria ex una ſphæræ geneſi deduximus, ut & brevius, & clarius rem proponeremus.

APPENDIX

Ad Elementa Geometriæ, in qua Sectiones Conicæ Ellypſis, Parabola, Hyperbola, Logiſtica, Cyclois breviſſime explicantur.

213. Sectiones Conicæ in Philoſophorum gratiam ſummis labiis hic attingendæ ſunt; accuratam enim hujuſce tractatus cognitionem, homini Geometræ neceſſariam, relinquimus, cui turpe eſſet Geometriam hanc ſublimiorem perfunctorie ſolum attingere, vel a limine ſalutatam deſerere. Phyſicum tamen neque plurima, neque nulla ex hoc tractatu addiſcere opus eſſe judico. Plurima enim in Aſtronomia phyſica occurrunt, qualia ſunt ſolis, & cæterorum planetarum, & cometarum motus; plurima in Mechanica, Statica, Optica Phyſica, & aliis naturalis philoſophiæ partibus paſſim offendimus, quæ levem ſaltem Ellypſis, Hyperbolæ, & Parabolæ cognitionem ſupponunt, ut pede inoffenſo, & recte, ut par eſt, intelligantur; ad ea enim hærere opus eſſet, qui ne leviter quidem hunc tractatum attingeret. Ea tamen illa ſunt, ad quæ rite capienda opus minime ſit vel omnes, vel majorem etiam Ellypſis, aut Parabolæ proprietatum partem prænoſcere. Quæ igitur neceſſaria eſſe ducam, in ſequentibus exponam.

DEFI-

DEFINITIO.

214. *Ellypsis*, sive *Ovalis* est figura plana ACBE (Fig. 107.) unica linea curva comprehensa, magis in longitudinem AB, quam in latitudinem CE extensa. Linea curva ACBE *Ellyptica* vulgo nuncupatur. Duo in Ellypsi sunt axes, major AB majoris longitudinis mensura: minor CE majoris latitudinis dimensio: bifariam, & perpendiculariter se in puncto X intersecant, quod *Centrum* Ellypsis nuncupatur. Extrema item AB majoris axis *apices* Ellypsis appellantur. Duo axes AB, CE lineam ellypticam, & ellypsim in quatuor partes Æquales dividunt; ut esset demonstratu facillimum.

DEFINITIO.

215. Omnes rectæ OO, RR (Fig. 107), quæ intra ellypsim per illius centrum ductæ, in periphæria terminantur, sunt diametri: infinitas proinde habent diametros, quarum singulæ æqualiter in centro dividuntur: diametrorum maxima est axis major AB; minima axis minor CE. Diametri *conjugatæ* RR, OO sunt illæ, quæ & se se, & suas mutuo parallelas intra ellypsim ductas æqualiter dividunt.

DEFINITIO.

216. *Rectæ ad diametrum* OO *v. g. applicatæ* dicuntur lineæ SS, Z sibi parallelæ, quas prædicta diameter OO æqualiter dividit. *Applicatarum* nomine earum rectarum dimidia SV communiter intelliguntur: pars item OV diametri conjugatæ a vertice O ad applicatam usque ducta dicitur *abscissa*, seu *sagitta*.

DEFINITIO.

217. Ellypsis *focos*, aut *polos* dicimus duo puncta OV (Fig. 108) in majori axe assumpta, æqualiter a suo quodque vertice CD distantia, e quibus ductæ rectæ VR, OR ad quodlibet periphæriæ punctum simul sumptæ sunt æquales majori axi CD. *Parameter*,

ter, seu latus rectum axis A B ellypseos C B E (Fig. 106.) est recta N B tertia proportionalis geometrice ad axes; ita ut sint ∺ A B. C E. N B; ducta perpendiculariter per extremum axis, cujus est parameter.

S C H O L I O N.

218. *Tres omnino numerantur præcipue, & mirabiles Ellypsium proprietates, quas ignorare turpe est philosopho; demonstrare ad Geometram spectat. Prima: Quadrata applicatarum ad axim, vel diametrum quamcunque sunt inter se, ut rectangula facta ex segmentis, in quæ applicatæ diametrum dividunt; hoc est, quadratum supra S V* (Fig. 107.) *est ad quadratum supra R X, ut rectangulum ex O V, & V O ad rectangulum ex O X, & X O. Circulis etiam, alio tamen, & perfectiori modo, hæc proprietas competit: in circulis enim quadrata, & rectangula sunt æqualia: in ellypsibus autem tantummodo proportionalia.*

Secunda proprietas: Si ex ellypseos polis O V (Fig. 108.) *duæ rectæ ad singula quæque puncta R v. g. peripheriæ ducantur, per idemque punctum R recta ducatur A E peripheriam tangens; duo singuli anguli A R O, V R E, a tangente, & rectis a polis ad punctum R ductis formati, erunt æquales. Ex quo physicam alibi hujusce figuræ proprietatem demonstrabimus.*

Tertia proprietas: Si ex polis O V ellypseos duæ rectæ V R, O R ad qualibet peripheriæ puncta ducantur; erit earum duarum rectarum summa majori axi C D (Fig. 108.) *æqualis. Unde facillime ellypsim describes, assumpto ad arbitrium majori, minorique axe C D, N T. Ab extremo enim T minoris axis, majorem bifariam, & perpendiculariter secantis, duæ lineæ rectæ, seu fila T O, T V in majorem axim cadant, quorum quodlibet semiaxi majori X D sit æquale: puncta O V, in quæ incident, erunt ellypseos poli: filorum igitur extremis in iis punctis clavo defixis, calamo ad commune extremum T alligato, & filo semper tenso percurre ad C, & ad usque D; idemque si ex alia parte fiat, ellypsim habebis.*

D E-

DEFINITIO.

219. *Parabola* est superficies plana, quam linea curva describit, cujus latera T C B, T Y F a puncto quodam T (summitate Parabolæ) a se invicem semper magis, & magis removentur in infinitum, quin unquam possint concurrere, & in qua applicatarum v. g. Z L, Y D quadrata sunt inter se, ut sagittæ, seu abscissæ T L, T D. Hujusmodi curvam nuncupamus *lineam Parabolicam* (Fig. 109).

DEFINITIO.

220. *Parabola*, sicut & ellypsis, suas habet tangentes B X O v. g. (Fig. 110), applicatas, semiapplicatas, sagittas &c. Recta R T (Fig. 109.) perpendicularis ad parabolam (idem de ellypsi, & hyperbola statim definienda dictum habe) est ea, quæ tangentem A T X in puncto contactus T perpendiculariter secat. Axis est recta T M, quæ sibi applicatas N Z, C Y & æqualiter, & perpendiculariter secat. Unicus est axis T M in parabola: ejus item extremum T est vertex parabolæ.

DEFINITIO.

221. Diametri Parabolæ sunt omnes illæ rectæ M, N v. g. intra eam ductæ, quæ sibi applicatas C T, B H bifariam dividunt. Unde innumeræ esse possunt diametri in Parabola. Parameter alicujus diametri est recta quædam T X, quæ sit tertia proportionalis ad sagittam T D, & rectam D Y ipsi diametro applicatam; ita ut sint T D ad D Y, ut D Y ad T X. *Parabolæ focus* est punctum quoddam R (Fig. 110.) intra illam situm, cujus a vertice Z distantia est quarta pars parametri Z Y axeos Z M.

SCHOLION.

222. *Tres item, & prorsus mirabiles proprietates in parabola distinguuntur. Prima: Applicatarum X F, I E* (Fig. 110) *v. g. quadrata sunt inter se, ut sagittæ ab iis-*

iisdem applicatis abscissæ, hoc est, ut Z F ad Z E: in quo etiam parabolæ ab ellypsi distinguuntur.

Secunda, si ex foco R ad punctum quodcunque lineæ parabolicæ X v. g. ducatur recta R X, atque per idem punctum ducatur tangens A X B, & recta N X ad axim M B parallela; erunt æquales duo anguli A X N, R X B ab iis rectis in puncto X formati. Atque hinc mirabilem speculi parabolici physicam proprietatem demonstrabimus.

Tertia, eaque paradoxum omnino mirabile: Duæ parabolæ æquales A B C, o z v, alia alii inclusa, communemque axim B M habentes, in infinitum productæ versus A o, v C, semper magis ad se invicem, & magis accedunt, quin unquam possint concurrere, aut se se possint secare: suntque proinde, & dicuntur asymptotæ.

DEFINITIO.

223. Hyperbola E B F (Fig. 111) est superficies plana a curva linea definita, cujus latera E B, B F quo magis extenduntur, eo magis a se invicem ea lege removentur, ut quadrata applicatarum O I, F D v. g. ad axim B D sint inter se, ut rectangula facta ex sagittis respondentibus B O, B D, & linea composita ex sagittis respondentibus, & recta quadam externa B A, quæ est ipsius axis continuatio, hoc est, sit quadratum ex O I ad quadratum ex D F, ut rectangulum factum ex A O, O B ad rectangulum factum ex A D, D B. Hic est primus, & præcipuus Hyperbolæ character, & proprietas.

SCHOLION.

224. *Ut ea, quæ modo diximus, & inferius addam melius intelligantur, nota: Ellypsim, Parabolam, & Hyperbolam sectiones conicas nuncupari; propterea quod ejusmodi figuræ, lineæ, aut superficies ex diversis conorum sectionibus enascuntur: suntque plana ejusmodi pyramides conicas intersecantia. Conus quicunque P A Q B M* (Fig. 113) *si secetur plano P A Q per axim A M ducto; ejusmodi sectio est triangulum planum P A Q. Rursus sectio M R X N* (Fig. 115) *coni T A P ad ba-*

sim T L P *parallela est circulus, ut superius num.* 158. *notavimus.*

Planum S B R M, *conum rectum secans oblique ad basim, est Ellypsis, seu Ovalis, de qua superius egimus. Sectio coni* T V A X (Fig. 114) *parallela ad latus alterum* A X *trianguli* T A X *est planum Hyperbolicum* V B Z. *Tandem duo coni* P A Q, L A N (Fig. 113) *ad verticem* A *oppositi, ac proinde aequales, generatique a triangulorum* S A N, A M Q *circa rectam communem continuatum* S A M *revolutione, secentur uno eodemque plano* B M E R T Y S *&c. ad communem axim* S M *parallelo; ejusmodi sectiones* B E M, Y T S *sunt duae Hyperbolae. Earum igitur vertices sunt puncta* E T. *Distantia* E T *inter vertices est externa recta, de qua statim sermo erit. Porro axes, diametri, & applicatae intra Hyperbolam sunt eaedemmet, proportione habita, ac in Parabola.*

DEFINITIO.

125. *Axis determinatus* Hyperbolae est recta E T (Fig. 113.) inter utriusque apicem comprehensa, *centrum* est punctum R, axis medium. Spectatis modo Hyperbolis B E M, Y T S extra conum in Fig. 112. Diametri determinatae sunt rectae X X a periphaeria A C B ad oppositae Hyperbolae H I L periphaeriam ductae. Lineae *Asymptotae* sunt rectae quaedam Z E, Z M, Z Y, Z D, quae ex Hyperbolae centro Z ita ducuntur, ut quo magis producuntur v. g. Z Y, Z M ad peripheriam H I L magis semper, & magis in infinitum accedant, quin unquam eam tangere, vel secare possint, aut cum ea concurrere. En mirabilem Hyperbolae proprietatem, quam apud Geometras demonstratam passim offendes.

DEFINITIO.

126. Hyperbolae A B focus est punctum quoddam O intra illam, & in ejus axe existens, cujus a centro Z distantia O Z aequalis est Asymptotae Z D inter centrum Z, & tangentem C D per verticem transeuntem comprehensae.

SCHOLION.

227. *Habes breviſſimam, quæ tyroni philoſopho ſatis eſt, & hiſce Elementis unice convenit, ſectionum conicarum ideam, & qualem qualem explicationem; præcipuumque earum diſcrimen in eo poſitum, quod in* Ellypſi *applicatarum quadrata ſint minora, quam rectangula facta ex parametro, & ex reſpondentibus ſagittis: in* Parabola *ſint omnino æqualia: in Hyperbola ſint majora quadrata, quam rectangula. Lubet tantummodo ſequentem Parabolæ proprietatem demonſtrare, quam in Balliſtica, ſeu corporum projectorum theoria identidem citabimus.*

PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

228. *In Parabola* V B Z *quadrata applicatarum* O E, S R *ad axim* B Y *ſunt inter ſe, ut ſagittæ* B E, B R: *hoc eſt, quadratum lineæ* O E, *eſt ad quadratum* S R, *ut* B E *ad* B R: *idem eſt de applicatis ad quamcunque aliam diametrum.*

Demonſtr. Secetur Pyramis conica T A X duplici plano C O D, M S N ad baſim T V X parallelo: hujuſmodi ſectiones erunt circuli (*num.* 158): in hiſce circulis parallelis ducantur C D, M N, T X parallelæ, ad eaſque e ſingulis periphæriis ducantur rectæ perpendiculares O E, S R, V Y inter ſe etiam parallelæ: modo ſic: Quoniam prædictæ ſectiones ſunt circuli, erit quadratum rectæ O E æquale rectangulo facto ex C E, & E D; & ſimiliter quadratum S R æquale rectangulo M R, R N (*n.* 125, 130): eſt igitur quadratum O E ad quadratum S R, ut rectangulum ex C E, & E D ad rectangulum ex M R, & N R. Hæc autem rectangula habent latera E D, R N æqualia, cum oppoſita parallelogrami E R N D latera ſint æqualia: ſunt igitur rectangula ſupradicta, ut alia duo latera inæqualia C E ad R M (*num.* 119): quoniam vero in triangulo M B R eſt C E ad baſim M R parallela, per conſtructionem; erit C E ad M R, ut B E ad B R (*num.* 127): eſt igitur quadratum O E ad quadratum S R, ut rectangulum C E, E D ad rectangulum M R, R N; hoc eſt, ut C E ad M R; hoc eſt, ut B E ad B R: quod erat demonſtrandum.

DE-

DEFINITIO.

229. *Cyclois* est curva A M H X E (Fig. 104), quam punctum quodcunque M periphæriæ circuli per planum revoluti ex puncto A integra revolutione describit, quoad in idem planum reducatur in E. Statuatur enim circulus B M F S supra planum A B E, ita ut punctum M puncto A plani A E insistat: revolvaturque circulus supra planum ea lege, ut singuli circuli arcus M B æqualia sibi plani segmenta A B dimetiantur, iisque successive congruant; punctum M v. g. circuli revolventis a puncto A, ubi plano insistebat, quoad revolutione peracta planum iterum contingat, curvam, seu semitam A M H E describit, eamque *Cycloidem*, aut *Trochoidem* appellamus. Recta A E est basis Cycloidis. Recta C H a medio basis C perpendiculariter erecta, & ad Cycloidem usque producta *axis* nuncupatur. Punctum H *axis extremum* dicitur *Cycloidis Vertex*. Recta M Z, & aliæ basi parallelæ nuncupantur *applicatæ* ad axim.

DEFINITIO.

230. Circulus B M F S, cujus revolutione describitur *Cyclois*, *generans* appellatur. Porro ex singulis periphæriæ generantis circuli punctis, quocunque in situ existant, dum revolutio incipit, Cycloidis segmenta describuntur, ut facile est intelligere.

De Cycloide sequentes veritates demonstrant Geometræ.

I. *Circumferentia circuli generantis est basi æqualis: diameter autem altitudini seu axi.*

II. *Periphæria Cycloidis A E C* (Fig. 105) *est quadrupla diametri circuli generantis.*

III. *Area Cycloidis A H E* (Fig. 104) *est tripla areæ circuli generantis.*

IV. *Rectangulum A D* (Fig. 105) *factum ex basi, & axe Cycloidis est ad Cycloidis aream, ut 4 ad 3.*

DEFINITIO.

231. Linea *Logistica*, curva inter Recentiores Geometras celebris, & Geometricis problematibus solvendis satis accommodata, est linea quædam curva B D N H (Fig. 116), cujus natura non melius quam ab illius genesi potest intelligi. Sit igitur recta quædam C X utrinque in infinitum producta, in eaque secetur recta, seu segmentum C E, arbitrariæ omnino magnitudinis: ab E & C versus utramque partem secentur in eadem recta partes, seu segmenta æqualia lineæ C E; a singulis sectionibus A C E G, &c. rectæ erigantur ad A G perpendiculares, & inæquales: ea semper lege crescentes, aut decrescentes, ut linea G H sit ad aliam E F, sibi immediatam, ut ipsa E F ad proxime sequentem, & ita deinceps. Rursus segmenta æqualia A C, C E, E G &c. in partes æquales semper dividantur, & ex divisionum punctis novæ erigantur lineæ prioribus parallelæ, & infinitæ A G perpendiculares, eo ordine semper crescentes, aut decrescentes, ut quælibet ex hujusmodi rectis I L sit media proportionalis inter M N, O P, sibi utrinque immediatas: per singulas rectarum omnium extremitates H S F P L D B &c. ducatur linea curva H D B: eam lineam *Logisticam* nuncupamus. Illius axis est recta infinita A G; rectæ vero A B, C D, M D &c. axi perpendiculares, nuncupantur *Applicatæ ad axim*.

Duæ inter alias hujusce curvæ proprietates maxime celebrantur; prima: Si ab eodem puncto C versus eamdem partem G v. g. assumantur omnes applicatæ, & basis segmenta; duo fiunt ordines, & proportiones, Geometrica una, Arithmetica vero alia: Rectæ enim, seu segmenta C M, C I, C O, C E, C X crescunt in proportione Arithmetica 1. 2. 3. 4. 5. Rectæ autem C D, M N, I L, O P, E F, applicatæ ad axim augentur in proportione Geometrica.

Ex prima hac proprietate, & curvæ genesi alia nascitur proprietas, scilicet abscissarum seriem C M, C I, C O, C E, &c. esse logarithmos alterius seriei respondentium applicatarum C D, M N, I L, O P, &c.

Tertia proprietas est, curvam logisticam H B in-

infinitum productam magis semper, & magis ad axim GA accedere, quin tamen illum tangere, aut secare unquam possit: ac proinde axis SA est asymptotos logisticæ HB. Cum enim semper servetur proportio Geometrica majoris inæqualitatis inter applicatas v. g. SX, TE, PO &c.; eæ semper decrescent, quin tamen ad *Zero* O, seu nihil devenire possint.

§.

APPENDIX ALTERA.

232. *Exercitatio Geometrica, seu communia aliquot Problemata utilia, & ab Elementari Geometria desumpta: quæ tamen Philosophi Tyrones, qui Geometricis rebus parum delectantur, aut in iis ad usum reducendis tempus impendere nolunt, omittere poterunt; dummodo Elementa hactenus explicata rite intelligant, & teneant.*

§.

Priusquam sequentia problemata proponam, pauca in tyronum gratiam animadvertam, quibus illorum lectio, atque studium non leviter commendari, atque suaderi posse existimo. Primum: sterile omnino fore totius Geometriæ studium, si ingegniosi alioquin Geometrarum labores, theoremata, demonstrationes in sola rationis atque geometrarum contemplatione absolverentur; quin ulla inde in res physicas, in artes, in civilem hominum societatem utilitas derivaretur: maxima vero quæ ex Geometria in commune hominum beneficium provenit utilitas, in ipsa problematum resolutione consistit. Secundum: communia, quæ modo proponam, problemata & esse intellectu, atque demonstratu facillima, & usui esse in humanis rebus, mechanicis scilicet, liberalibusque artibus frequentissimo; & ipsum studentis tyronis animum post theorematum demonstrationes tædio nonnihil affectum sublevare, atque ad studium ulterius prosequendum confirmare. Postremum hoc eo magis in semetipso verum esse studiosus adolescens experietur, quod ita a natura comparati sumus, ut vulgares illas atque communissimas Geometricas regulas ignorare erubescamus, quas a mechanicis etiam artifici-

 bus,

bus, demonstrationum penitus ignaris, in usum passim, & faciliter adhiberi observamus. Ut res igitur palato magis arrideat, problemata saltem aliqua familiari exemplo illustrabimus; ut demonstratæ etiam in elementis veritates altius menti infigantur: aliorum vero usum indicabimus.

PROBLEMA I.

233. *Datam rectam quamcunque finitam in duas partes æquales perpendiculariter secare.*

Resolutio. Ab extremis A B (Fig. 7.) rectæ datæ, intervallo ejusdem rectæ A B ducantur arcus, qui se mutuo secent in duobus quibuscunque punctis C D; recta C E D ab una ad alteram sectionem ducta datam rectam bisecabit in E.

Demonstratio. Patet ex numero 69: cum enim sint æquales C B, C A, B D, D A; erit C D perpendicularis ad A B, eamque in partes æquales dividet juxta demonstrationem numero citato datam. *Hoc problema in quamplurimis artibus infinitum habet usum: illudque passim ab agrimensoribus, ædificiorum delineatoribus, fabris lignariis, aliisque artificibus solvi, animadvertes.*

PROBLEMA II.

234. *Ex dato puncto* A (Fig. 5.) *extra datam rectam* C B *perpendicularem ad eamdem rectam* C B *ducere.*

Resol. Ex puncto A, tamquam centro, describatur arcus, qui datam rectam in duobus punctis C B dividat; ex iisdem punctis C, B, tamquam centris, intervallo C B describantur duo arcus se se in puncto quocunque D intersecantes; recta ex dato puncto A per arcuum intersectionem D usque ad datam rectam C B producta, erit perpendicularis quæsita. Demonstratio patet ex num. 69: sunt enim æquales B D, C D, & item B A, C A: est igitur A D perpendicularis ad C B (*n.* 69).

In plurimis artibus, in figuris supra chartam designandis, in agrorum dimensionibus, in altitudinibus inveniendis hujusmodi problema adhibetur. Supra chartam circino, in campo chorda bene tensa rem expedies.

PRO-

PROBLEMA III.

235. *Ex dato puncto* A (Fig. 6.) *in data recta* B C *perpendicularem excitare.*

Resol. Ex puncto A in data recta assumantur utrinque æquales partes A B, A C: ex punctis B C, tamquam centris, communi intervallo d scribantur arcus, qui se se in puncto D intersecent: recta A D, ex dato puncto A ad intersectionem D producta, erit perpendicularis quæsita Demonstratur ex numero 69. Sunt enim æquales A B, A C per constructionem, & B D, C D (*num.* 60): ergo D A est perpendicularis (*num.* 69).

Resol. Supponit, punctum datum B non esse extremum datæ rectæ B C, sed ab extremo distare, vel saltem datam rectam facile in utramque partem a dato puncto B produci. Si tamen punctum datum B foret datæ rectæ extremum, neque eam continuare velim, aut commode possim; alia regula inferius numero 237. proponenda, & demonstranda solvetur problema. *Hæc etiam ratio, & agendi modus est in omnibus figurarum delineationibus supra chartam, in agris, in mechanicis artibus usitatissimus.*

Recta supra chartam continuatur ope regulæ, quæ continuandæ rectæ applicetur, & congruat: ratio probandæ regulæ est; lineam rectam illius ope ducere, & postea, inversa regula, rectam aliam supra priorem jam descriptam describere: si utraque congruat, recta est regula; secus, si non congruat.

In campo ducitur recta ab uno ad alium locum dissitum ope lineæ visualis, quam per pinulas quadrantis a loco, ubi existimus, in datum locum collineantes ductam intelligimus, & per interposita aliqua signa notamus. Sed hæc fusius alibi prosequimur.

PROBLEMA IV.

236. *Per punctum quodcunque datum* B (Fig. 10.) *extra rectam datam* C A *ducere rectam* E F *datæ rectæ* C A *parallelam.*

Resol. Ex puncto B ducatur recta B X ad datam rectam C A perpendicularis (*n.* 234): ex eodem puncto B excitetur alia recta B E ad rectam B X per-

 pen-

pendicularis: erit recta EBF parallela quæsita. Demonstratur ex numero 73. Rectæ enim EF, CA eidem rectæ BX perpendiculares, sunt parallelæ. Multo faciliorem modum post immediatum problema proponam.

Juxta regulam igitur statim proponendam, & demonstrandam problema solves, cujus usus est latissimus. Recta v. g. data CD (Fig. 25.) sit, vel in charta, vel in campo, excavandi canalis ripa, dividendi campi, construendi palatii latus: datur punctum B extra datam rectam, per quod aliud canalis latus priori parallelum in charta, aut in campo ducendum est independenter ab omni, & quacunque linea perpendiculari.

PROBLEMA V.

237. *Angulum* L (Fig. 24.) *dato angulo* A *parem construere*.

Resol. Ex puncto A intervallo AB describatur circino arcus BC inter anguli latera: pari intervallo LM ex puncto L describatur per M arcus MO; tum apertura circini assumatur arcus BC, anguli dati A mensura; eademque apertura ex puncto M abscindatur arcus MO; ducta denique ex L per O, extremitatem arcus, recta LO, erit angulus L per constructionem angulo A æqualis.

Per punctum igitur N (Fig. 23.) extra datam rectam CD ducetur parallela AB eidem rectæ CD, si ducta utcunque NV, ita ut datam rectam secet, fiat angulus externus X angulo interno, & opposito S æqualis. Demonstratur ex numero 88.

238. Problema pariter ope angulorum alternorum NM (Fig. 25.) æqualium (*n.* 87.) resolves; communi scilicet intervallo BC ex punctis B, & C, arcus R, S describendo.

In campo sit columnarum, aut arborum seriei AN NB (Fig. 77.) ordo alius parallelæ disponendus per punctum M: habeatur semicirculus AFB (Fig. 76.) in gradus & minuta divisus, & præter pinulas AB regula instructus, quæ circa centrum B libere convolvatur, & perforatis pinulis; aut telescopio sit prædita: hujusmodi semicirculum ita dispone in A, ut illius planum sit horizontale, & ex A per forami-

na

na pinularum A B punctum M videas; aliam regulam ita circa centrum B, immoto instrumento, converte, quoad ex regulæ E F extremo E (quod in R supponi potest) per pinularum foramina, aut telescopium collineando videas arborem B: nota arcum interceptum inter B, & F, hoc est, angulum, sub quo ex A vides distantiam B M. Postea vero instrumentum in M translatum ita dispone horizontaliter, ut per priorem regulam A B videas ex M punctum, seu primum signum A: si alia regula E F observatum angulum adhuc in instrumento indicat, & per illam ex M versus partem X collinees; linea illa visualis, & quidquid in illa observaveris, erit priori A N N B parallelum.

Non dissimili modo, eodemque, aut simili instrumento in agris ex puncto quocunque A ad rectam datam A B perpendicularem duces v. g. A X: Instrumentum enim horizontaliter dispone, & regulas A B, E F ita convolves, ut angulum rectum, hoc est, quadrantem comprehendant. Postea vero si per unam collinees in B, per aliam collineando versus X; ea linea recta visualis erit perpendicularis quæsita.

PROBLEMA VI.

239. *Per data tria puncta* A B C (Fig. 16) *extra rectam lineam posita circulum describere*.

Resol. Jungantur rectis A B, B C tria puncta data; posteaque rectæ A B, B C ductis rectis F D, H D bifariam, & perpendiculariter secentur. Ex puncto D, duarum rectarum concursu, tamquam centro per punctum C v. g. ductus circulus per alia etiam puncta transibit.

Demonstratur ex numeris 76, 77. Quoniam enim sunt æquales anguli D I C, D I B, prætereaque latera D I, I B æquantur lateribus D I, I C; erunt D C, D B æquales (*n.* 105): eodem modo probabitur D B, & D A esse æquales: D igitur est centrum circuli transeuntis per A B C.

PROBLEMA VII.

240. *Dati circuli centrum invenire*.

Problema est immediato antecedenti prorsus simile.

le. In figurarum delineationibus, in circularium fere Agrorum, Civitatum, Lacuum centris inveniendis maxime locum habet.

Resol. Detur igitur circulus jam descriptus A B E (Fig. 16), cujus centrum quæritur. Ducantur utcunque duæ chordæ quæcunque A B, B C: utramque perpendiculariter biseca rectis H G, F E; dico factum, quæsitumque circuli centrum esse communem illarum duarum perpendicularium intersectionem D. Utraque enim illarum transit per centrum (*n.* 76): hoc igitur necessario est communis illarum sectio D.

PROBLEMA VIII.

241. *Datum arcum circularem bifariam dividere.*

Proponitur arcus, aut segmentum circulare D A E R (Fig. 14) in duas æquales partes dividendum.

Resol. Ducatur chorda D E, dati arcus extrema conjungens: hujusmodi chordam perpendiculariter biseca (*n.* 233), ducta recta A R: dico factum.

Demonstr. Cum enim A R perpendiculariter, & in duas æquales partes secet chordam D E (*per construct.*); erunt æquales D R, R E, sicut & D A, A E (*n.* 69). Si autem chordæ A D, A E sunt æquales, etiam arcus D A, A E æquantur (*n.* 60. *ax.* 3.)

Arcus circularis cujuscunque dati D A E centrum per problema superius invenitur: hoc igitur in Optica, præcipue vero in Dioptrica ad lentis cujuscunque convexæ, aut concavæ centrum, & focum inveniendum inserviet.

PROBLEMA IX.

242. *Supra datam rectam* A B (Fig. 41) *triangulum æquilaterum describere.*

Resol. Ab extremitatibus A B datæ rectæ, tamquam centris, intervallo A B describantur arcus, qui se se in O intersecent, ductisque ab extremitatibus A B ad sectionem rectis A O, B O, erit A B O triangulum æquilaterum, ut ex constructione patet.

PROBLEMA X.

243. *Per extremitatem* B *rectæ* B D (Fig. 31) *perpendicularem ducere.*

Re-

Resol. Per duo data puncta B D datæ rectæ extremitates ducatur circulus (*problema 6.*), & a puncto D per centrum O ducta diametro D C, ex C, diametri extremitate, ducatur C B ad datam extremitatem rectæ datæ; erit C B perpendicularis quæsita. Demonstratio patet evidenter ex numero 92, & 93. Angulus enim C B D est angulus in semicirculo (*n.* 90.): ergo est rectus (*n.* 93): ergo C B est perpendicularis ad B D, per cujus extremitatem transit.

PROBLEMA XI.

244. *Supra datam rectam* A B (Fig. 47) *quadratum, aut rectangulum excitare.*

Resol. Ex puncto A erigatur A C æqualis, & perpendicularis ad datam A B; postea ex punctis C, B, tamquam centris, intervallo A B describantur duo arcus, qui se mutuo secabunt in D; ex iisdem punctis C B ad intersectionem D ducantur rectæ B D, C D: dico factum. Demonstratio patet ex constructione, & ex numeris 98, 107; omnia enim latera sunt æqualia: deinde cum anguli oppositi sint æquales (*n.* 107), & A sit rectus, etiam D erit rectus; recti etiam erunt B C; sunt enim pares inter se, & æquales duobus rectis, cum quatuor anguli simul sumpti A B C D sint æquales quatuor rectis.

Similiter supra datam rectam B A (Fig. 46) rectangulum B D datæ altitudinis B C excitabis, si, erecta ex B perpendiculari B C, ex puncto C intervallo B A, & ex puncto A intervallo B C describantur arcus se se mutuo secantes in D, ducanturque ad D rectæ A D, C D.

PROBLEMA XII.

245. *Supra rectam datam* A C (Fig. 48) *Rhombum, seu parallelogramum quodcunque sub dato angulo* O *constituere.*

Resol. Ex puncto A erigatur A B, ita ut angulus A sit æqualis angulo O: A B erit æqualis, aut inæqualis rectæ A C pro qualitate, & natura erigendæ figuræ. Postea ex puncto B intervallo A C, & ex puncto C intervallo A B describantur arcus, qui mutuo secentur in D, ductisque rectis C D, D B dico factum.

Demonstratio est eadem modo adducta.

PROBLEMA XIII.

246. *Dati cujuscunque polygoni regularis* R X Z (Fig. 49) *angulum* R , *seu anguli valorem invenire*.

Resol. Detur v. g. polygonum 6. laterum : per numerum laterum polygoni (nimirum 6. in dato exemplo) dividatur tota circumferentia circuli , seu 360 gradus : quotus 60 , seu sexta pars circumferentiæ , hoc est , arcus R A ex semicircumferentia R A E , seu ex 180 gradibus subtrahatur ; reliquum , hoc est , 120 gradus , seu arcus A X E erit valor dati anguli R polygoni regularis dati. Demonstratio patet ex numero 92 : mensura enim anguli R est dimidium arcus A E T , cui insistit , hoc est , arcus A X E , seu dimidia circumferentia R A X E ablato arcu R A.

Hujus problematis beneficio polygona quæcunque regularia supra datam rectam in charta , aut in campo facile describimus , aut descripti cujuscunque polygoni regularis v. g. propugnaculi , arcis , civitatis typum formabimus ; cum hujusmodi delineationum caput sit , describendarum figurarum angulos agnoscere . Id tamen clarius ex sequenti problemate constabit.

PROBLEMA XIV.

247. *Supra rectam datam* A B (Fig. 57.) *polygonum quodcunque regulare datum* S M P *construere*.

Resol. Ad puncta A B , datæ rectæ extremitates , fiant anguli Q A B , A B Q æquales dimidio anguli T S P polygoni dati : ex puncto Q , ubi latera A Q , B Q concurrunt , intervallo Q A describatur circulus A E C , in eoque unica circini apertura A B ducantur chordæ BC , CE &c. quæ polygonum quæsitum component.

Demonstratio deducitur ex numeris 108 , 109 : descriptum enim supponatur polygonum quæsitum A B C E ; circulus Q necessario transibit per puncta A B C E K æque distantia a centro Q , atque singula puncta A , B : circulus igitur Q polygonum circumscribit , & chordas A B , B C &c. exacte comprehendit.

248. *Hæc regula nos docet , quo pacto cujuscunque regularis figuræ , v. g. arcis , civitatis , & cæterarum typus formetur , & in charta , aut campo exhibeatur . Po-*

ne enim S M P propugnaculum quoddam esse regulare, cujus typum describere, atque habere oporteat. Data specie polygoni, hoc est, ejus laterum numero, per superius problema habebis angulum, seu angulorum singulorum v. g. T S P gradus: illius igitur anguli dimidium facile invenies: Si igitur supra exiguam lineolam AB typum prædictæ figuræ omnino similem describere velis, rem exposita modo ratione obtinebis.

Quod si figura, cujus typus supra chartam est delineandus sit omnino irregularis; modum inferius numero 269. exponendum adhibebis.

PROBLEMA XV.

249. *Quadratum plurimis simul quadratis æquale construere.*

Resol. Sint duo, 3, 10, 20 quadrata &c., quæritur unum omnibus æquale. Sint primum duo quadrata A D, C B (Fig. 47. 55): eorum latera æqualia rectis X Z (Fig. 54) disponantur ad angulum rectum, ductaque C B, ut compleatur triangulum rectangulum, erit quadratum supra C B æquale duobus quadratis C B, C B (*num.* 112): Rursus tertium quadratum, hoc est, illius latus, erigetur perpendiculariter in B, sitque B Y; ducatur C Y; eritque rursus C Y latus quadrati æqualis tribus simul quadratis X, Z, B Y; & ita deinceps continuari poterit, & quadratum pluribus semper, & pluribus datis quadratis æquale inveniri, ut evidenter patet ex num. 112.

Hoc problema, quod postea fiet universale, & ad omnes alias figuras similes extendetur, in æstimandis, dimetiendis, comparandis, & permutandis agris, plurimisque aliis rebus locum habet. Agrum v. g. quadratum (idem de aliis postea dicemus) cum plurimis aliis campis quadratis, sed minoribus permutare volumus: ne tamen dolus, aut error in permutatione locum habeat; quæritur, sit, nec ne aliqua ex parte excessus, an vera potius æqualitas interveniat? Si permutare velis tres agros quadratos v. g. A I, B G, A E (Fig. 53) cum agro C A B D; (Fig. 47) æqualitatem, inæqualitatem, atque differentiam exposita ratione comperies.

250. Quod si plurima sint quadrata cum eodem comparanda, atque unum omnibus æquale inveniendum; rem

rem multo facilius hac ratione obtinebis: supra rectam L R (Fig. 4): indefinitam erigatur perpendiculariter R O etiam indefinita: duorum priorum quadratorum latera L R, R V supra illas rectas ita assumentur, ut angulum rectum efficiant: ducamus hypothenusam L V, & habebimus latus quadrati primis duobus æqualis. Hanc rectam L V dispone ex R supra rectam indefinitam: & sit v. g. R O; assume tertii quadrati latus, quod in indefinita etiam R L accipiatur, sitque R L; ducatur L O; erit hæc quadrati latus tribus quadratis æqualis, atque ita in infinitum continuari res potest.

PROBLEMA XVI.

251. *Datorum quadratorum differentiam invenire.*
Hujus problematis idem, atque præcedentis, vel major etiam usus, & utilitas existit. Permutandi sint duo agri quadrati (idem ad omnes alias figuras similes infra extendetur), quorum latera sunt v. g. L V, L R (Fig. 4); quæritur differentia.

Resol. A puncto R supra indefinitam R L assumatur latus dati quadrati R L; alterius item quadrati latus L V circino assume, unoque illius crure in L defixo, alium convolve, donec indefinitæ R O occurrat v. g. in V; ducta recta L V, erit R V differentia agrorum quæsita: seu ager alius quadratus, cujus latus sit R V, erit datorum agrorum differentia. Est enim quadratum L V æquale duobus L R, R V.

PROBLEMA XVII.

252. *Datis duabus rectis* C D, B D (Fig. 68.) *mediam proportionalem* A D *invenire.*

Resol. Disponantur in directum datæ rectæ, ut unam solam efficiant, supra quam, ut diametrum, describatur semicirculus C A B; deinde ex puncto D, communi utriusque rectæ extremitate, erigatur perpendicularis D A usque ad periphæriam; erit D A media proportionalis quæsita.

Demonstr. ex num. 130: est enim C D ad D A, ut D A ad D B.

Mirum est, quam latissime pateat per Geometriam universam, & alias scientias mathematico-physicas hujusce pro-

problematis usus. Non levis etiam est ejusdem fructus, quod ope mediæ proportionalis figuras quascunque planas similes augere, aut diminuere Geometrice possumus in quacunque ratione data, hoc est, campum quemcunque, civitatem, provinciam aut illorum typum in data quacunque ratione augere, vel minuere. Id verò inferius problemate 33 *docebitur.*

PROBLEMA XVIII.

253. *Quadratum æquale rectangulo dato invenire.*

Resol. Rectanguli cujuscunque dati duo latera inæqualia v. g. CD, DB (Fig. 68) ita in directum disponantur, ut rectam efficiant CDB: supra eam rectam, tamquam diametrum bifariam divisam describatur semicirculus CAB: deinde ex puncto D, utrique rectæ communi, erigatur perpendicularis DA usque ad periphæriam: dico quadratum rectæ DA esse æquale rectangulo D dato ex CD, & DB.

Demonstratio patet ex numeris 129, 130: Sunt enim proportionales CD, DA, DB (*n.* 130): ergo quadratum mediæ DA æquale est rectangulo duarum extremarum CD, DB (*n.* 125.)

Rem efficiet clariorem rectangulum, & quadratum CABD (Fig. 51): quæritur scilicet campus quadratus AD, qui sit æqualis campo rectangulo ABDC (Fig. 55). Duobus igitur rectanguli lateribus CA, CD in eamdem rectam dispositis quære mediam proportionalem.

Quod si illud quæreretur, an agri CB, CB quadratus, & rectangulus, essent æquales, an inæquales, & quale esset inter illos discrimen; facile utrunque obtinebis, si per datam regulam rectangulum CB in æquale sibi quadratum convertas: id vero quadratum cum proposito alio quadrato AD conferas, ut problemate 16 docuimus.

PROBLEMA XIX.

254. *Dato triangulo cuicunque rectilineo* KML (Fig. 52) *quadratum æquale construere.*

Beneficio hujus problematis figuram quamcunque planam rectilineam in quadrata reducere, & convertere edocemur, ut eo pacto reductæ comparari inter se

ſe poſſint, earumque proportio inveniri: cum enim omnes figuræ planæ reſolvi poſſint in triangula (*n.* 114); ſi triangula ſingula in ſingula æqualia quadrata converti poſſint, cunctaque tandem quadrata in unum omnibus æquale reducuntur (*n.* 249); manifeſtum eſt, cuicunque figuræ planæ rectilineæ quadratum æquale conſtrui poſſe. Quanta ergo ſit hujuſce problematis utilitas nemo non videt.

Reſol. Campo triangulari KML fiat æquale rectangulum KO: quod fiet, ſi baſi KL biſecata in N, ſupra dimidiam baſim KN fiat rectangulum KO ſub eadem trianguli KML altitudine: huic rectangulo æquale quadratum conſtrue per problema 18, & dico factum.

Demonſtratio ex ipſa problematis conſtructione, atque ex numeris 107, 111 eſt manifeſta.

PROBLEMA XX.

255. ***Datam quamcunque ſuperficiem, ſeu campum quadratum, triangularem, rectangulum, parallelogramum, aut circulum metiri.*** (Fig. 46. 47. 48. 49. 51. 58.)

Reſol. patet ex numeris 113, 114, in quibus rationem ejuſmodi ſuperficies dimetiendi tradidimus, & demonſtravimus. Quod ſi campi, ut plerumque fit, figuram habeant irregularem; eo caſu tota ſuperficie in plurimas partes diviſa, ſingulorum ſegmentorum ſeorſim inſtituitur menſura, ut ex partibus dignoſcatur totum.

PROBLEMA XXI.

256. ***Data area campi triangularis, & illius baſi, invenire altitudinem; aut data altitudine, & area, baſim invenire.***

Reſol. Dividatur tota area per baſim CD (Fig. 51), quotiens diviſionis erit dimidia altitudo CA; duplicato igitur quotiente, habebis integram altitudinem. Similiter ex altitudine baſim dignoſces. Demonſtratur ex numero 113. Agri vero quadrati, rectanguli, aut parallelogrami baſim invenies, aut altitudinem, diviſa ſolummodo area per altitudinem, aut baſim. Ex numeris 113, & 114. non modo quadratas, ſed cujuſcunque alterius figuræ ſuperficies dimetiendi rationem doceberis.

PRO-

PROBLEMA XXII.

257. *Data circuli semidiametro, v. g. semidiametro telluris, invenire circumferentiam, & totam aream, maximi scilicet terræ circuli.*

Resol. Datur U H (Fig. 50.) telluris semidiameter, quæ 1200 Leucas Geometricas continet; quoniam diameter est ad circumferentiam, ut 7 ad 21. proxime, seu ut 1. ad 3 (*n.* 115): multiplicetur semidiameter U H per 6: summa 7200, erit circumferentia circuli, seu Telluris. Deinde inventa circumferentia 7200 per dimidium semidiametri, hoc est, per 600 multiplicetur: productum 4320000 est tota area circuli maximi telluris: tot enim leucas quadratas continet.

Hæc regula nos docet, quot leucas, milliaria, aut passus quadratos habeat data aliqua provincia, civitas, aut ager circularis, aut fere circularis, si illius radium, vel diametrum agnoscamus.

PROBLEMA XXIII.

258. *Datis duabus rectis* A B, A D, *tertiam proportionalem invenire.*

Resol. Datæ rectæ ita disponantur, ut efficiant angulum D A B (Fig. 69): producatur A B ulterius, & abscindatur B L æqualis ipsi A D: per extrema B D ducatur recta B D: a puncto vero L ducatur L E parallela rectæ B D: tandem A D ulterius producatur quoad rectæ L E occurrat: erit D E tertia proportionalis quæsita ad A B, A D.

Demonstr. Rectæ B D, L E sunt per constructionem parallelæ: est igitur A B ad A D, ut B L ad D E (*n.* 127): quoniam igitur A D, B L ponuntur æquales per constructionem, erit A B ad A D, ut A D, ad D E.

PROBLEMA XXIV.

259. *Data circumferentia circuli, v. g. maximi terræ circuli, invenire diametrum, semidiametrum, & aream ejusdem.*

Resol. Dividatur circumferentia 7200. per 3; quotiens 2400. erit diameter quam proxime: multiplice-

tur eadem circumferentia 7200., per quartam inventam diametri partem 600, productum 4320000 erit ejusdem circuli area in leucis quadratis expressa. Licet magnitudines duobus hisce problematibus inventæ, non sint exactæ; ad veras tamen proxime, & citra notabilem errorem accedunt, ut numero 115. monuimus.

PROBLEMA XXV.

260. *Datis tribus rectis* A D, A B, D E (Fig. 69.) *quartam proportionalem invenire.*

Resol. Disponantur in angulum datæ rectæ, ut figura demonstrat: ducatur D B ab extremitate rectæ A D ad extremitatem rectæ A B: ex puncto E ducatur E L parallela ad D B, quoad rectæ A B continuatæ occurrat in L: erit B L quarta proportionalis quæsita. Demonstratio constat evidenter ex numero 127. Cum enim sit D B parallela ad basim, erit A D ad D E, ut A B ad B L.

Beneficio duorum problematum, quæ modo solvimus, præter alia quamplurima, illud maximi sane momenti obtinemus, ut proportionem inter datas quascunque figuras similes, quarum latera homologa novimus, geometrice cognoscamus, quod sequenti problemate solvitur.

PROBLEMA XXVI.

261. *Invenire rationem, quam inter se habent duæ quæcunque figuræ similes, data ratione, quam habent latera homologa.*

Resol. Proponantur duæ figuræ similes, regulares, aut irregulares, v. g. duo agri pentagoni D & Q (Fig 57): vel veras laterum homologorum S P, A B magnitudines habemus, vel eorum tantummodo rationem agnoscimus: in primo casu ponatur A B ducentorum passuum, S P contineat quadringentos: est A B ad S P, ut 2 ad 4: pone ergo A B duplam rectæ alterius A D, & quære ad has duas A D, A B tertiam proportionalem B L (*n.* 255): erit figura Q ad figuram D, ut A D ad B L, hoc est, ut 2 ad 8. (Fig. 69.)

Alio modo omnem casum complectenti: Datur ratio inter A B, S P: sit hæc, ut 5 ad 8: quære horum

rum numerorum quadrata 25, 64: erit figura Q ad figuram D, ut 25 ad 64. Sunt enim figuræ similes, ut laterum homologorum quadrata (*n.* 136.)

Si ratio laterum homologorum A B, S P esset surda, hoc est, exprimi numeris non posset; supra rectas, quæ latera ipsa repræsentant, perficiantur quadrata (*num.* 244.): eaque figurarum rationem exprimment.

In circulis, & aliis superficiebus curvilineis similibus res eodem modo procedit. Sint duo circuli, vel canales A, & X Y O (Fig. 44.), per quos fluit perenniter, atque eadem velocitate aqua: quærimus circulorum rationem, ut fluentium aquarum proportio innotescat: habeantur, aut quærantur radii, vel diametri circulorum, qui in nostro casu sint, ut unum ad tres: quære quadrata unitatis, & numeri 3: erunt hæc, 1, & 9: circulus igitur A ad X Y O, seu aqua fluens per primum ad fluentem per secundum est, ut 1 ad 9.

PROBLEMA XXVII.

262. *Circulum datis pluribus circulis æqualem describere.*

Problema æque proponi, ac solvi potest in quibuscunque figuris similibus, regularibus, aut irregularibus; de omnibus enim eadem est ratio, ut ex demonstratione patebit: usum vero habere potest multiplicem, ut in simili etiam diximus numero 249, 50, 51.

Sint, exempli gratia, duo circuli, seu canales, per quos aqua perenniter effluit, ut sensibili, & obvio exemplo problema solvatur, X Y V, & A Z R (Fig. 44. 49.): tertium circulum, seu canalem construere oportet, qui duos simul adæquet.

Resol. Duo datorum circulorum radii C Z, A V in angulum rectum A B C disponantur: ea duo latera conjunge hypothenusa A C (Fig. 53): dico factum; hæc scilicet hypothenusa erit quæsiti circuli, seu canalis radius; hoc est, circulus, cujus radius sit hypothenusa A C, est æqualis duobus datis circulis, quorum radii sunt A B, B C.

Demonstr. Circuli sunt inter se, ut quadrata radiorum (*n.* 138): si ergo tres rectæ A C, A B, B C

ſint circulorum radii, hujuſmodi circuli erunt inter ſe, ut quadrata earum rectarum: quadratum autem rectæ A C eſt æquale duobus aliarum rectarum, ſeu laterum quadratis (*num.* 112): ergo & circulus radii A C eſt æqualis duobus aliorum laterum A B, B C circulis.

263. Simili modo habebis circulum, tribus, quatuor, aut quibuſcunque aliis datis circulis æqualem, ut ſuperius de quadratis docuimus, & demonſtravimus.

Similiter ope ejuſdem regulæ citato numero demonſtratæ habebimus differentiam inter unum, & alium circulum datum, hoc eſt, radium circuli, qui ſit exceſſus unius ſupra alium circulum.

PROBLEMA XXVIII.

264. *Data ratione, quam inter ſe habent homologa latera corporum ſimilium, invenire rationem ſuperficierum, & maſſarum.*

Ut problema ad uſum, & rem familiarem applicetur, ſint duo vaſa P M, C B (Fig. 100) figurarum ſimilium, quorum altitudinum P M, C A, vel diametrorum baſium ratio detur: eaque ſit v. g. 3 ad 2: quæritur, quænam ſit ratio ſuperficierum, & maſſarum horumce corporum, aut etiam pondera fluidorum, quæ in iis continentur.

Reſol. Numerorum 2 & 3 quære quadrata 4, & 9, atque cubos 8, & 27: ſuperficies erunt, ut quadrata 4 ad 9: pondera ſeu maſſæ, ut cubi 8 ad 27.

Idem geometrice obtinebis, ſi poſitis duabus rectis A D, A B (Fig. 69.), quarum prima ſit ad ſecundam, ut 2 ad 3., tertiam proportionalem invenias; ſuperficies enim prædictorum quorumcunque corporum ſimilium erunt inter ſe, ut prima A D ad tertiam proportionalem inventam. Quod ſi ad eas tres rectas proportionales aliam quartam invenias, ita ut omnes ſint continue geometrice proportionales v. g. P. O. N. M (Fig. 61); maſſæ erunt inter ſe, ut prima ad quartam.

Demonſtratio eſt facilis: corpora enim ſimilia ſunt inter ſe, ut cubi homologarum dimenſionum v. g. altitudinum, longitudinum, aut latitudinum. Rurſus corpora ſimilia comprehenduntur æquali numero pla-

no-

horum similium (*n.* 155): plana autem similia sunt inter se ut suarummet altitudinum aut longitudinum quadrata (*n.* 136): integra igitur unius corporis superficies est ad illam alterius similis, hoc est, omnia plana unius sunt ad omnia plana alterius, ut quadrata altitudinum, aut longitudinum (*n.* 33.)

Eadem est ratio quærendi rationem superficierum, & massarum in sphæris, & aliis quibuscunque corporibus sphæroidicis similibus: nisi quod in hisce loco laterum homologorum utimur radiis aut diametris, ut in loco demonstravimus (*n.* 138). Exemplum: Semidiameter Terræ habet 1200 leucas geometricas: Semidiameter Orbitæ solaris ex observationibus astronomicis per 30 leucarum milliones extenditur; sunt ergo radii, ut 1 ad 25000: horum numerorum quadrata sunt, 1, & 625000000: ergo superficies terræ est ad superficiem sphæricam orbitæ solaris, ut prædicta quadrata: rursus earumdem semidiametrorum cubi sunt, 1, & 15,625,000,000,000. Ex his disce alia.

Ratio exacta inter figuras quascunque planas, aut solidas plerumque est surda, hoc est, numeris exprimi non potest: tum vero supradicta problemata ope linearum proportionalium modo hucusque explicato solvuntur.

PROBLEMA XXIX.

265. *Datam rectam* AB (Fig. 70) *dividere in quascunque partes volueris æquales, inæquales, & in quacunque proportione data.*

Resol. Ab extremitate A ducatur utcunque recta infinita AQZ, in eaque circino a puncto A incipiendo, quot & quantæ libeat magnitudinis partes assumes in ea proportione, in qua datam rectam secare volueris: Sit v. g. AB secanda in ratione 2. 3. 3 1; assumantur ab A ad T duæ circini aperturæ quæcunque æquales; a T ad V 3; ab V ad Q 3, a Q ad Z una: ducatur a Z ad B, extremitatem datæ rectæ, ZB; ex punctis vero divisionum QVT ducantur usque ad BA rectæ QC, VO, TI parallelæ ad ZB, dico factum.

Demonstratio constat evidenter numero 127. Cum enim in triangulo ABZ sint rectæ IT, OV, CQ parallelæ ad basim; latera AZ, AB in eadem ratio-

ne secabunt. Multo facilius problema resolves, si ducta infinita IQRS (Fig. 71), circino in ea ab I versus S notetur ratio, secundum quam dividenda est data recta AB (quæ minor semper statui poterit, aut major, quam notatæ circino partes IQRS); postea vero ducatur data AB parallela ad infinitam IS; deinde per I & A ducatur recta, quæ cum alia SB, per aliud datæ rectæ extremum ducta, concurrat in C; ex puncto vero C ad singula divisionum puncta IQRS ducantur rectæ; eæ siquidem datam AB in data ratione divident.

PROBLEMA XXX.

266. *Scalam Geometricam construere*.

Scalam Geometricam nuncupamus rectam AB 1, 2 (Fig. 72) in partes decupla ratione decrescentes divisam. Ducatur recta indefinita AB 2, in qua circino decem partes æquales arbitrario assumantur AB, B 1, 1. 2 &c. Dividatur prima pars AB in decem partes æquales A 9, 9. 8 &c. Ex puncto A erigatur AC perpendiculariter, quæ in decem etiam partes æquales dividatur: Per divisionum puncta ducantur parallelæ ad rectam AB 1; divisa tandem CD, rectæ AB æquali, in decem partes æquales, ducantur per divisionum puncta rectæ transversales 1 D, 2. 1 &c., quibus peractis habes scalam geometricam.

In hujusmodi scala, cujus usus in Geometria practica, & Architectura frequentissimus, si statuatur AB esse decempeda, erit A 9 longitudo pedalis, seu decima pars decempedæ; parva lineola 9, 9 erit decima pars pedis A 9; lineola 8, 8 erit duæ decimæ, & ita deinceps, ut facile ex numero 127. demonstratur. Præcipuus scalæ usus consistit in dimetiendis magnitudinibus linearibus, earumque proportione, & in figuris, & typis servata mensurarum proportione delineandis. Uno aut altero exemplo res fiet clarior. Datas longitudines Z & X ope scalæ dimetiemur, & earum proportionem hoc pacto invenies: rectam AB (Fig. 78. 79. n. 2.) circino comprehensam auferes ex X quoties fieri poterit, v. g. quater; si nihil supersit, erit X 40 pedes; si supersit pars aliqua OV; assumatur circino ea pars; deinde circinum eo usque per transversales trahatur, quoad cum aliqua ex trans-

ver-

versalibus parallelis congruat, v. g. cum segmento 4 K, in quo sunt 5 partes decempedæ A B, seu 5 pedes, & quatuor decimæ partes pedis, seu quatuor digiti, ut indicat nota 4 transversali apposita: unde si A B statuatur decempeda continet X 454 digitos, seu 4 decempedas, 5 pedes, 4 digitos: Si alias quascunque longitudines eo pacto dimetiamur; earum proportio innotescet: A B tamen statui potest, ut decempeda, ulna, stadium, leuca &c. Ponimus hic divisionem pedis in 10 partes; scimus tamen, communiter dividi in 12.

Si ædificium v. g. palatium designare velis; ope scalæ rem accurate secundum datam mensurarum proportionem delineabis. Sit v. g. delineandus fenestræ typus, cujus altitudo sit ad latitudinem, ut 8 ad 5 palmos: Statuantur igitur decem palmi in A B, & assumatur A 2 pro altitudine, A 5 pro latitudine fenestræ, & juxta eam mensuram reliquas omnes ædificii partes designabis.

PROBLEMA XXXI.

267. *Altitudinem quamcunque, ad cujus pedem accedere possumus, v. g. Obeliscum* A B (Fig. 74. 75.) *dimetiri*.

Resol. Latere quadrantis X horizontaliter disposito, eoque adducta regula F O, ut oculus in C per pinulas, vel foramina verticem obelisci intueatur chorda aut virga, aut circino distantiam C A dimetire, quam 80 pedes statuamus: deinde circino assumptis, & in scala exacte dimensis recta C I horizontali, & I T perpendiculari, quarum prima sit septem, secunda vero 5, quæratur ad hos tres numeros 7. 5:: 80— quartus proportionalis, qui altitudinem A B pedibus expressam dabit.

Citra calculi molestiam ope solius scalæ altitudinem habebimus; si ducatur in charta C I, 7, perpendicularis I T, 5, C A 80, & A B tamdiu producatur, quoad rectæ C T B occurrat. Si enim A B in scala dimetiaris; quot pedes contineat, innotescet: eamdem enim habet rationem ad C A in numero pedum, atque in partibus similibus scalæ.

PROBLEMA XXXII.

268. *Quantum horizontalis planitiei* RQ *datæ montis declivitati* RO *respondeat, invenire.*

Id in usu ad vendendos, permutandos, & æstimandos agros sæpissime quæritur: idemque est, atque inquirere, quantum horizontalis plani plano inclinato respondeat.

Resol. Primum recta RO (Fig. 116), montis declivitas, aut ponatur data, aut circino, chorda, vel virga dimetiatur: deinde investigentur anguli R & O: primus quidem ope quadrantis X (Fig. 75), secundus autem ope perpendiculi EA, & regulæ, aut quadrantis, cujus regulæ secundum montis declivitatem sint accommodatæ: angulum quippe MOS dimetiendo, habes angulum ROQ illi oppositum & æqualem. In charta assume rectam XZ tot partes v. g. scalæ habentem, quod fuerint decempedæ in montis declivitate: ad illius extrema describe angulos XZ angulis RO æquales, ductis rectis XY, ZY quæ in puncto Y concurrent; tandem rectas XY, ZY in partibus scalæ dimetire: eamdem rationem habebit RO montis declivitas ad RQ planitiem declivitati respondentem, atque ZX ad ZY in partibus scalæ. Eodem pacto montis altitudo, & latitudo inveniri potest, & plurima alia problemata solvi.

PROBLEMA XXXIII.

269. *Figuram* D *figuræ* Q (Fig. 57.) *similem construere, quæ eam in data ratione excedat, aut ab ea excedatur.*

Quæritur figura similis D, quæ prioris sit v. g. dupla, aut sesquialtera, in ratione scilicet DB ad DC (Fig. 68). *Resol.* sit v. g. CD dupla rectæ DB, lateris scilicet figuræ datæ; quæratur recta DA media proportionalis inter CD, & DB: erit DA latus, seu recta SP, supra quam erigetur figura D similis, & dupla figuræ Q. Eo modo describi potest figura, quæ ter, quater, centies, millies, aut in quacunque alia ratione datam comprehendat & superet. Hujusce igitur problematis infinitus fere erit usus, ut jam superius indicavi. Uno aut altero exemplo rem illu-

stre-

ſtremus. Sit tubus, ſeu canalis, cujus capacitas ſeu ſectio ſit circulus parvus, A, (Fig. 44): per eumque effluat aqua in data ratione v. g. libra in ſingulis minutis: quæritur alius tubus, ſeu circulus X Y V, per quem eodem tempore effluat aqua octupla, hoc eſt, circulus prioris A octuplus. Aſſume circino radium dati circuli A, & ſit D B (Fig. 68); produc eam rectam in indefinitum, atque ex illa ita producta cape circino 8 partes æquales rectæ D B: ſit v. g. C punctum extremum: quære mediam proportionalem D A ad duas rectas B D, D C (n. 249): erit D A radius circuli octuplo capacioris, quam circulus A datus.

Similiter agro cuicunque, civitati, arci D conſtruenda ſit alia ſimilis, ad quam ſit prima, ut M ad P (Fig. 61) hoc eſt, ut 16 ad 1. Dividatur figuræ datæ D latus unum S P in 16 partes æquales (n. 265), & inter integram S P, & decimam ſextam illius partem quæratur media proportionalis (n 249): media hæc proportionalis erit conſtruendæ figuræ ſimilis latus, ad quam ſit figura D, ut 16 ad 1.

Demonſtratio eſt facilis. Figuræ quæcunque planæ ejuſdem ſpeciei ſimiles unt inter ſe, ut quadrata laterum homologorum (n. 134). In ſerie magnitudinum continue proportionalium M N O, (Fig. 61) prima eſt ad tertiam in duplici ratione primæ ad ſecundam, ſecundæ ad tertiam, hoc eſt, in ratione compoſita ex duabus rationibus æqualibus, hoc eſt, in ratione duplicata primæ magnitudinis M ad ſecundam N; hoc eſt, ut quadratum primæ ad quadratum ſecundæ. Hæc eadem eſt ratio duarum figurarum ſimilium, quarum homologa latera ſint M N: ſunt ſcilicet, ut quadratum M ad quadratum N, hoc eſt, ut prima M ad tertiam O.

PROBLEMA XXXIV.

270. *Data ſphæræ v. g. telluris ſemidiametro, reliquas omnes illius menſuras, ſcilicet circulum maximum, ſuperficiem, & maſſam invenire.*

Reſol. Telluris ſemidiametrum, 1200 leucas, duplica, & habebimus diametrum 2400 leucas; diametrum 2400 triplica, productum, 7200 leucæ, erit telluris, ſeu maximi illius circuli circumferentia. Me-

Mediam partem ſemidiametri 600 multiplica per maximi circuli circumferentiam 7200; productum, 4320000 leucæ quadratæ, eſt ejuſdem circuli planum, ſeu area. Ejuſmodi area 4320000 ducta in 4, dat productum 17280000, telluris ſuperficiem in leucis quadratis expreſſam. Tandem inventam telluris ſuperficiem 17280000 per 400, quartam partem ſemidiametri, multiplica, & habebimus productum, 7912000000 leucas cubicas, quibus telluris maſſa conſtat. Et hæc ſint tyroni philoſopho ſatis.

Finis Primæ Partis.

PHI-

PHILOSOPHIA
LIBERA
SEU
ECLECTICA

RATIONALIS, ET MECHANICA SENSUUM

Ad Studiosæ Juventutis institutionem accommodata.

AUCTORE

P. IGNAT. MONTEIRO, SOC. JESU

TOMUS I.

IN QUO

Necessaria Philosophiæ Prolegomena, hoc est, Elementa Geometriæ, & Historia Philosophiæ continentur.

PARS SECUNDA

HISTORIA PHILOSOPHIÆ.

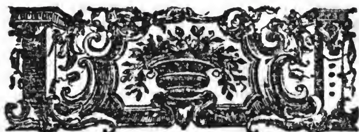
Editio secunda ab Auctore correcta, & quamplurimis additionibus aucta.



VENETIIS MDCCLXXII.

TYPIS ANTONII ZATTA

SUPERIORUM PERMISSU, AC PRIVILEGIIS.



HISTORIÆ PHILOSOPHICÆ

SYNOPSIS.



UO hæc Philosophiæ historiam daturo præstanda esse videntur: primum, ut varias, multiplicesque humanæ mentis de rebus Physicis, de hac scilicet universitate rerum, de spiritibus, humana potissimum anima, atque primo illo ente creaturarum omnium auctor principio, & fine opiniones, & systemata in medium adducat; eorumque systematum, atque totius humanæ Philosophiæ initium progressus, vicissitudines omnino varias exponat: quæ naturæ phænomena, quas caussas, & effectus lapsu temporis homines observaverint, quæ rerum arcana detexerint, quove ordine, & tempore in multiplices errores delapsi fuerint, aut emendaverint Philosophi. Secundum, ut multiplicem Philosophantium sectam, diversa sectarum initia, progressus, & fines referat; quam Philosophiæ partem colerent, quove discrimine, & opinionum varietate, quasi characteristica nota aliæ ab aliis differrent scholæ, observato locorum, & temporum ordine explicet. Neque enim unum sine altero satis esse existimo ad Philosophiæ Historiam, quæ omnia isthæc meo saltem judicio comprehendit.

Pri-

Primum enim peculiarem folummodo humanæ mentis hiftoriam exhibet: fecundum autem non Philofophiæ fyftemata, & varias hominum de mundanis rebus opiniones, fed Philofophorum potius fectas, & res geftas comprehendit. Hanc ego mihi ideam in confcribenda Philofophiæ hiftoria exequendam propofueram; & cum ex alia parte Synopfim tantummodo dare decreviffem, ne hujus Synopfis brevitas obfcuritatem fecum afferret, ut fieri plerumque folet, in tres partes argumentum omne divifi. In prima quidem humanæ Philofophiæ exordium, progreffum, inclinationem, inftaurationem, & præfentem, quem habet, ftatum exponam, rem ipfam a mundi, & hominum natalibus repetens, & ad noftra ufque tempora deducens; in eaque generalem velut humanæ Philofophiæ, feu humanæ mentis opinionum, & errorum tabulam, & confpectum offero. In fecunda omnes Philofophorum Sectas, & Scholas, indicatis locis, & temporibus, fingularum fectarum initia, progreffus, finem, characterem, & philofophandi methodum, notatis infuper præcipuis fingularum fectarum Philofophis, ante oculos ponam. In tertia demum parte, quam ob indicandam jam rationem ab aliis duabus feparavi, & per totam Phyficam hac illac, prout locus exigebat, diftribui, præcipuas Philofophorum circa res maxime naturales, ideas, opiniones, fyftemata, inventa, & obfervationes exponebam, ut hifce omnibus inter fe collatis palam omnibus fieret, quis fuerit antiquis Sæculis, quis hodierno tempore Philofophiæ ftatus, quam perfectionem ab antiquis, quam etiam a modernis obtinuerit: quanta demum cafui debeamus, & quanta ab hominum induftria fint inventa. Tertiam hanc hiftoriæ partem primis duabus, ut dixi, adjungere ftatueram; at præterquamquod in majorem, quam par effet, excreviffet molem hiftorica hæc Synopfis, fi præcipuas Philofophorum opiniones circa omnia fere Phyficæ capita hoc loco referrem: confultius me facere exiftimavi, fi fingulas Philofophorum opiniones, & particulares eorum circa omnia corpora naturalia ideas fparfim per omnem Phyficam, prout locus & argumentum ferret, exponerem; neque enim alicubi melius referrem quid Philofophi circa marinos æftus v. g. opinabantur, quam cum ejufmodi argu-

gumentum ſuo in loco pro viribus explicare ſuſciperem. Ne igitur eadem iterum repetere opus eſſet, tertiam hanc partem ab aliis ſejunxi, & ſparſim per varia loca expoſui; ejuſque rei gratia per omnem Philoſophiam, ubi id locus, & argumentum exigit, propoſitionibus præmitto obſervationes hiſtoricas, quibus Philoſophorum Syſtemata expono. Quod vero tyronibus ſit non modo utile, verum etiam neceſſarium Philoſophiæ Hiſtoriam non ignorare, id ego ſuadere ſupervacaneum duxi; cum omnibus jam ſit hodie manifeſtum. Qui hujuſmodi argumentum pro dignitate, & copioſiſſime tractatum legere velit, *Bruckerum*, & *Stanlejum* adeat pleno calamo de hiſce omnibus differentes, *Diogenem Laertium*, *Plutarchum*, *Plinium*, *Senecam*, & mille alios, qui hiſce potiſſimum temporibus rem eamdem aggreſſi ſunt, inprimis vero *Natalem Regnault*, ut alios omittam.

HISTORIÆ PHILOSOPHICÆ

PARS PRIMA.

CUM nihil aliud Philoſophiæ naturalis, ſeu Phyſicæ nomine intelligamus, quam rerum naturalium, cauſſarum ſcilicet & effectuum cognitionem; iſque jure merito cenſeatur Philoſophus, ſeu potius Phyſicus, qui adſpectabilem hunc mundum, variaque & innumera fere corpora, cauſſas, effectus, & phænomena, ex quibus ipſe componitur, recte intelligat, & obſervando agnoſcat, ipſos effectus, & phænomena ex cauſis ſuis deducat, & omnia ad Deum Optimum Maximum tamquam ad communem, primamque rerum cauſam, & principium referat; Humanam Philoſophiam ab ipſis Mundi incunabulis originem ſuam ducere, Adamoque totius humani generis parenti, primum inter omnes Philoſophos aſſignandum eſſe locum, indubium mihi eſſe videtur. Eum quippe hominem Divina ſupremi Numinis manu formatum, in innocentiæ ſtatu conditum, originali gratia, ſeu juſtitia præditum, ab iis ignorantiæ tenebris, quæ originalis juſtitiæ labem conſequuntur, citra dubium Deus ipſe liberavit. Cum illum etiam multiplici ſpirituali dono, & cognitionum genere, quæ originis innocentiam, & hominem a Deo ſolummo-

modo formatum decebant, instruxerit, universique Mundi principem creaverit; omnium sane terrenarum rerum, animantium, & non viventium cognitione donavit. Non ille quidem per infantilia crepundia ad virilem ætatem & perfectionem paulatim, atque gradatim, ut cæteri mortales, pervenit. Sed in perfecto illo corporis, animique statu, artifice, atque Creatore Deo, primum apparuit, qui & Deum auctorem decebat, & terrenarum rerum omnium principi per se se omnia gerendi opus erat. Neque enim Deus supremum Mundi, seu terrenarum rerum omnium arbitrum constitueret hominem earumdem rerum, & tanti patrimonii ignarum. Id utique non obscure insinuat Sacra Pagina: ex qua edicimus, Adamum singulis animantium speciebus propria imposuisse nomina, quibus scilicet singulorum naturæ, & proprietates exprimerentur. Longissima præterea primi hominis vita ad 930 annos producta, qua terram, & terrestria fere omnia corpora, datum sibi a Deo patrimonium, per tot annos semper tractabat; perpetua ejusdem in iis Asiæ regionibus commoratio, quæ & amænissimæ, & adeo patentes sunt, ut terrestria, & cælestia omnia ob oculos semper versarentur; naturalis tandem humanæ mentis sciendi ardor, quo donatos nos a Deo fuisse probe conscii sumus, primum hominum parentem ad eam naturalium rerum scientiam adduxerunt, quo nulli unquam mortales pervenire poterunt.

Istam vero primi hominis scientiam, cognitiones, & lumina longissimo octingentorum annorum magisterio sæpissime audita, in dies fere observata, ac repetita filii, ac nepotes acceperunt, aliisque a se se genitis, quibuscum per multa sæcula conversabantur, transmittebant. Unde factum est, ut Antediluviani Patriarchæ, longissimæ vitæ homines, innumera naturæ arcana ab Adamo observata, & audita non ignorarent. Id certissime nobis constat, ab iis hominibus artes aliquas ad humanam vitam necessarias originem suam ducere: extra dubium enim est, nequaquam illos fuisse ignaros tractandi ferrum, lapides, ligna, cæmenta, construendi ædificia, & affines his alias artes exercendi. Fere tamen omnis antediluvianorum Patrum scientia cognitiones, artes aut traditione acceptæ, aut proprio etiam Marte inventæ

tæ

tæ una cum iis sub diluvianis aquis perierunt: Neque aliud nobis ex Universali illa totius humani generis, artium, & humanæ Philosophiæ ruina superstes fuit, præter ea, quæ parva Noemi familia ab naufragio incolumis memoriæ commendata servavit. Porro Noemus sexcentos annos cum antediluvianis Patriarchis exegerat, cum universale diluvium omnem terræ faciem inundavit; præcipua igitur doctrinæ capita, cum ad Religionem, & natalem mundi Originem, tum etiam ad artes humanæ Societati necessarias, aut maxime utiles spectantia ab Adamo, & aliis Patriarchis brevi generationum numero ad se transmissa acceperat, ad posterosque suos, quibuscum per 300 adhuc annos post diluvium conversatus fuit, transmisit. Cum iis scilicet per aliquot Sæcula vitam egit Noemus, qui primum Parentem plurimis item sæculis tractaverant, & familiariter audiverant. Non exiguam illam fuisse artium, scientiarum, & humanarum cognitionum supellectilem, quam ab antediluvianis hominibus acceptam posteros suos docuit Noemus: non rudia solummodo physicarum, & mechanicarum artium fundamenta primitivam illam gentem agnovisse, sed rem etiam longe promovisse, duo mihi præter alia ulterius confirmant. Majorem tum fuisse hominum numerum, cum terrestrem globum aquæ inundarunt, quam modo sit, communis est eruditorum opinio: utcunque rem statuamus, ante-diluviano tempore innumerabilis fere hominum multitudo in terris vivebat: citra agriculturam milleque alias artes numerosissimam gentem, amplissimam aliquam nationem diu vivere non posse, humana ipsa natura, & ratio persuadet. Præterea vero illa adhuc manent apud Sinas, & Ægyptios antiquissimorum illorum hominum monumenta, qui post diluvium immediate vixerunt, quæ illarum gentium industriam, culturam, miramque sagacitatem demonstrant. Sinarum historiam legenti res ipsa per se loquitur: at enim parum a diluvio abfuit prima illius vastissimi æque atque cultissimi imperii constitutio, & fundamentum. Qui celebrem illum *Gobi*, primum Imperii fundatorem cum Noemo confundunt, si rem esse non ostendunt, posse tamen demonstrant: adeo se se diluviana ætas, & Sinici Imperii exordium contingunt. Ecclipses ab antiquissimis Si-

Sinensibus observatas in gentis annalibus notatas, & calculo etiam deductas legimus: istæne vero observationes ecclipsium, annalium, & historiæ compositio, calculus citra magnam in artibus, & scientiis culturam? Antiquissimæ etiam illæ Ægyptiorum pyramides, prodigiosa humanæ industriæ, atque potentiæ monumenta post tot annorum millia adhuc extantia, ab omni temporum injuria immunia, rem etiam meo judicio demonstrant. Diluvium prope tangit Pyramidum ætas: Re vero bene perpensa, calculis scrupulose subductis, nullus hodie in Europa Regum est, qui vel illarum primam a fundamentis extruere posset. Quanam etiam arte, quibusnam machinis innumeros illos vastissimæ molis lapides resecuerint, extraxerint, poliverint, adduxerint, ad insignem illam altitudinem elevaverint, ita affabre adaptaverint, ut ad juncturam discernendum magna opus sit industria: hæc, inquam, illa sunt, quæ citra artes, scientiam, culturam exequi non possunt. Equidem Noemum, parvamque illius familiam mirum in modum in dies multiplicatam, amplissimæ, & maxime patentes Chaldææ Regiones, in quibus sedem fixerat, mira Regionum, & aeris temperies, cœlum semper serenum, & clarum, nocturna, diurnaque sidera, ante oculos semper tyrantia quotidie invitabant, ut nova naturæ arcana, occultaque ex notis antea phænomenis detegeret, novis subinde observationibus, Scientiam Physicam promoveret, aliasque rerum causas, corporum affectiones, & virtutes, milleque id genus alia observando deprehenderet. Neque levia nobis suppetunt ab eo tempore argumenta præterea, quæ jam diximus, quibus antiquissimam illam ante-diluvianam gentem hujusmodi studiis operam dedisse, & Physicam non perfunctorie coluisse suademur. Observationes Astronomicas a mille, & nongentis annis, hoc est, fere a diluvii tempore factas, ad Aristotelem e Babylone transmisit Callisthenes Alexandri Magni Socius.

Ab amplissimis Babyloniæ, Assiriæ, & Armeniæ campis in universam terræ faciem, amplissimum Noemi patrimonium, ejus Patriarchæ filii, & Nepotes post linguarum confusionem divisi, easdem rerum cognitiones, quas a Patribus acceperant, secum ferebant, & nepotibus quisque suis successiva generationum serie

rie tradebant. Inde est, quod apud omnes nationes plurima lapsu temporis deprehensa fuerint supremi Numinis, Mundanæ originis, Religionis Naturalis, diluvii universalis, & id genus aliorum vestigia. Cum tamen nulla per id tempus esset ars typica (qua hominum inventa facile servari possunt), & nulla etiam in omnibus fere gentibus scribendi ratio; inde factum est, ut pro humanæ, & corruptæ naturæ conditione, & vitio quidquid a Noemo, & aliis Patriarchis gentes acceperant, labilique memoriæ archivo commendaverant, multipliciter adulteratum fuerit, & mille fictionibus humanis, hominibus jam idololatriæ ubique deditis, deturpatum. Id tamen potissimum in copiosissimis illis coloniis verum fuit, quæ a Mesopotamia, & Chaldæa post linguarum confusionem in longinquas terras per universum mundum dispersæ sunt: eæ siquidem a natali Patrum, & omnium artium sede egressæ, nimiumque remotæ acceptam a Parentibus scientiarum supellectilem sensim perdiderunt; & fluentibus sæculis in crassissimas ignorantiæ tenebras devenerunt, quæ totum fere mundum suffuderant. Chaldæi ab antiquis Patrum moribus, institutis, & nativo solo non recedentes, cœlum semper observabant, scientiisque Physicis, & artibus colendis intenti vel nova quotidie inveniebant plurima, vel ab antiquioribus jam inventa promovebant. Equidem ex ipso *Jobi* Libro, antiquissimo illo quidem, & per ea tempora inter Chaldæos exarato, manifestum est, nova, & ignota illis hominibus non fuisse plurima ex iis, quæ modo nos de figura Terræ, de Firmamento, de Astrorum figura, & motibus, deque multis aliis Physicæ argumentis demonstramus. Inter eos, qui Persidem antiquissimis iis temporibus frequentarunt Noemi nepotes, quam plurimi scientiis addicti celebrem illam hominum sectam fundarunt, quos *Magos* appellarunt. Eorum princeps, atque instaurator *Zoroaster*, in antiqua orientalium historia, atque scientia illustris. Non ille quidem Magorum doctrinam primus docuit, aut in antiquissimis illis temporibus diluvium subsecutis floruit. Plurima jam sæcula numerabant in Perside Magi, cum Darii Histaspidis ætate apparuit Zoroaster, qui eorum sectam ab erroribus bene multis purgavit, ad meliorem formam reduxit; atque doctrina, ingenio

celebritate nominis illam ita illustravit, ut Magorum princeps merito nuncupetur. Illas ego fabellas, atque inania commenta non moror, quæ de Magis, eorumque principe venditantur. Pauca hæc referre sufficiat. Zoroaster Magorum summus, eorumque sectæ instaurator, & princeps, in omnibus orientalium scientiis versatissimus sub Dario Histaspide in Perside vixit. Non ille Bactrianorum rex, ut apud aliquos passim leges, sed vaferrimus Persa, humili loco natus, vetus testamentum, totamque hebræorum religionem non ignoravit. Cum ante illius ætatem duo illa famosa principia *Bonum*, & *Malum* adstruerent Magi; unicum posuit Zoroaster primum Principium Bonum, lucis atque tenebrarum auctorem. Solum quidem Bonum, ajebat, fuit a Deo factum: malum tamen est veluti umbra lucis, privatio boni: Unicum igitur ponebat Deum necessarium æternum, a nullo pendentem, rerum omnium creatorem: a quo duo fuerunt angeli bonus, & malus: quos semper inter se contrarios asserit. Animæ immortalitatem, vitam futuram, judicium universale, pœnarum, atque præmiorum æternitatem, futuramque resurrectionem docuit. Zoroastrum omnes orientales hominem doctissimum, in Astronomia, Physica, Mathesi, Theologia versatissimum esse prædicant, atque impense commendant. Famosa hæc Magorum secta a Zoroastro per undecim, & amplius sæcula in Perside semper floruit, atque regnavit: quoad Mahometani, Persarum imperio subacto, gentem illam Mahomæ subdiderunt. Qui in Perside, & Indiis supersunt miseræ antiquorum Magorum reliquiæ, Gauri vulgo nuncupati, Zoroastrum ita religiose colunt, ut Mahometani Mahomam, Moysem Hebræi venerantur. Hæc de Zoroastro ex orientalibus scriptoribus, & *Thoma Hyde*, erudito illo scriptore Anglo, in orientalium litteratura versatissimo in medium afferre locus, & argumentum monuit. Sed ad id, unde digressi sumus, redeamus.

Per idem etiam tempus *Abraham* & patria, & gente chaldæus, suæ nationis artibus, & scientiis instructus; eas secum ad Ægyptios, antiquissimam Noemi nepotum, seu Chaldæorum coloniam, adduxit. At Ægyptii, licet a vera, naturalique Religione, quam secum e Babylone attulerant, sensim deflecterent, & Idolorum cultui addictis-

dictiſſimi plurimis erroribus acceptum, & traditum ab Hebræis cultum deturpaſſent: naturalium tamen rerum ſcientiam ſtudioſe colebant, & in dies novis ſemper obſervationibus promovebant. Id ſane procedente tempore Græcis omnibus Philoſophis adeo firmiter ratum erat, ut ii Ægyptum, & Chaldæam, tanquam antiquiſſimam Phyſicæ, & aliarum artium ſedem, & primum domicilium dicerent; longaſque propterea peregrinationes ad ea loca inviſenda, & ſapientes conſulendum inſtituerent. Phyſicæ igitur ſtudium a Chaldæa, ubi ſemper floruit, ad Ægyptios deductum altas prope Nilum radices egit, & per longa ſæcula inſigniter floruit. Hebræi etiam, Abrahami Soboles, qui per ducentos & amplius annos in Ægypto commorati ſunt, & ſuas Ægyptios cognitiones Phyſicas edocuerunt, quas ab antiquiſſimis Patriarchis acceperant; omnes viciſſim Ægyptiorum artes adepti, iiſque inſtructi una ſecum ad Palæſtinam, & Phæniciam redeuntes attulerunt. Moyſem enim, Hebræum hominem, ejus gentis ducem, & datum a Deo moderatorem in omnibus Ægyptiorum ſcientiis, Scriptura referente, inſtructum fuiſſe conſtat. Neque aliunde credendum erat, Hebræos longa ducentorum annorum cum Ægyptiis converſatione, aliquid ad eorum religionem, mores, ſcientias, & artes ſpectans non edidiciſſe. Salomoni utique Judæorum Regi omnia tum Chaldæorum, tum Ægyptiorum arcana, innumera item rerum naturalium argumenta, hoc eſt ſcientiam Phyſicam, cognita fuiſſe, in dubium verti non poteſt. Neque enim politicis tantum rebus, & regnandi arte Reges omnes antecelluit, ſed naturalibus etiam ſcientiis inſtructus de rebus Phyſicis optime meruit. De animalibus ſingulis, de piſcibus, de arboribus, de plantis, de herbis univerſis diſſeruit; eorum proinde omnium naturas, proprietates, cauſſas, & effectus non ignoravit; quantum humana ſaltem fert conditio, & perſpicax hominis ingenium attingere poteſt. Davidica præterea carmina ad evidentiam nobis demonſtrant, in phyſicis etiam rebus optimum eum Regem nequaquam fuiſſe peregrinum.

Eo pacto ſcientiæ naturales, & reliquæ etiam artes in Aſia primum natæ, inter Chaldæos magno ſemper in honore habitæ, ad Ægyptum, Africæ angulum, & inde ad Palæſtinam, Phæniciam, & Joniam tradu-

ctæ ab Oriente ad Occidentem, ab Asia, & Africa ad Europam nostram, hactenus per 30, scilicet sæcula ab orbe condito ignorantiæ tenebris obvolutam, accedebant. Græci enimvero ad Asiam minorem, seu Joniam translati plurima ab Hebræis, qui per totum Orientem sparsi erant, a Phæniciis, commercii causa nullum terræ angulum non pervadentibus, & ab Ægyptiis, quos etiam commercii, & curiositatis, & discendi causa adibant, paulatim accepere; eaque in Joniam primum, postea vero ad Græciam Europæam, nativum illius gentis solum reportabant, ut contribulibus suis aperirent. Ipsimet Græci, ut erant homines mira prorsus ingenii perspicacia præditi, scientiarum, artium, rerum Astronomicarum, & Physicarum avidissimi, longas peregrinationes instituerunt, ut eas omnes a fundamentis ediscerent, & patrium in solum transferrent. Ad Phæniciam, ad Ægyptum, Chaldæam, & Persidem turmatim profecti, eas regiones adibant, perlustrabant, in iisque morabantur; Ægyptiorum Sacerdotes, Chaldæorum, & Persarum Magos, scientiarum apud eas gentes magistros, consulebant, eorum Scholas frequentabant, & cum eis per annos integros conversabantur. Eorum etiam aliqui ad Indiam usque penetrarunt, ut illarum regionum, & nationum sapientes, Brachmanes nuncupatos, consulerent. Quidquid inter hasce gentes notatu dignum invenere, religionem, mores, leges, artes, scientias in Græciam, & Joniam secum afferebant. Laudabilis iste Græcorum ardor, diligentia, industria, & nobilis labor quartam sæculorum decadem fere integram perduravit; & hinc innumeros fere, & mirabiles prorsus viros in omni artium, & scientiarum genere excellentes antiquissimis illis sæculis aluit, suspexit, & numeravit Græcia: eorumque ope, ingenio, & labore ad eum gloriæ, & splendoris apicem ascendit, artesque aliquot perduxit, quo nulla fortasse attinget posteritas. Porro artes omnes ab Asia in Europam translatæ ad diversum adeo perfectionis, ordinis, & formæ statum Græcorum industria, & ingenio adductæ sunt, & ab antiqua, quam in Ægypto, & Chaldæa habuerunt, forma adeo sunt immutatæ; ut novæ artes, novæ scientiæ viderentur; Græciaque ipsa earummet artium inventrix aliqua ratione habeatur. Physica inprimis inter Græ-

Græcorum manus ad certam Methodum eſt redacta, & facie longe alia apparuit: facile enim credimus Chaldæos, Ægyptios, Phænicios ſcientiarum naturalium elementa potius poſuiſſe, quam eas fuiſſe aſſecutos, aut recto ordine tractaſſe. Diſſimulandum tamen haud eſt, plurima lapſu temporis, multiplici Regnorum, & Nationum ruina artis typicæ, & papyri etiam defectu intercidiſſe, quæ ad noſtram memoriam pervenire non potuerunt.

Græci, dum acceptam ab Ægyptiis, & Chaldæis Phyſicam inſigniter colunt, pro varia ejus gentis indole, patria, politico rerum ſtatu, & regimine jam a ſeptimo ante Chriſtum ſæculo (quo ſane tempore illuſtre eſſe cœpit Græcorum nomen, meritum, & ſplendor) in multiplicem diviſi ſunt ſectam: aliique aliam Philoſophiæ partem pertactarunt: unde multiplex Philoſophorum, & Philoſophiæ ſecta, ſeu ſchola originem habuit. Eodem prope ſæculo *Thales*, e ſeptem Græciæ ſapientibus unus, in Jonia inter Aſiaticas Græcorum Colonias, Athenis *Socrates*, & in Magna Græcia, hoc eſt, in Neapolitano Regno *Pythagoras* Philoſophiam profeſſi, ſectam, ſeu Scholam quiſque ſuam fundabant. Celeberrimos hoſce Magiſtros nobilis diſcipulorum manus ſibi perenni ordine ſuccedentium, & acceptam a magiſtris doctrinam explicantium excepit: quoad varia prorſus ſorte illæ omnes ſectæ, primævuſque earum ſplendor penitus interierunt.

Ab præclaris hiſce totiùs Græciæ viris, & luminibus, quamplurimiſque aliis, quos modo referam, non ſolum culta eſt Philoſophia, & inſigniter aucta; verum etiam in plures partes ob clarioris methodi gratiam diſtributa, quibus ſeorſim operam dabant. Hinc ex ipſomet Philoſophiæ ſinu, fine, objecto, & natura inſignis illa, & vulgatiſſima ejuſdem ſcientiæ partitio in Logicam, Phyſicam, Metaphyſicam, & Eticam derivata fuit. Cum enim omnis ſumma Philoſophiæ ad beate vivendum referatur, in idque etiam Philoſophi tendant, ut & adſpectabilem hunc Mundum, & univerſa corpora in illo comprehenſa agnoſcant: ab hiſque ad primam rerum originem, & cauſſam, nempe Deum, rerum omnium principium, & finem, ad naturalemque Religionem agnoſcendam, poſtremamque, ad quam nati ſumus, beatitudinem aſ-

ſequendam aſpirent ; hinc Philoſophiam in tres partes primum diſtribuere , triaque ſibi cognoſcenda , & aſſequenda eſſe ſtatuerunt : primo adſpectabilem hunc mundum terreſtria , cæleſtiaque corpora univerſa , phænomena , cauſſas , & effectus complectentem ; quod ad *Phyſicam* ſpectat : ſecundo , veri numinis exiſtentiam , animæ noſtræ naturam , & immortalitatem , plurimaque alia , quæ ſenſibus attingere non poſſumus : hæc autem omnia *Metaphyſicæ* nomine comprehendunt : tertio , morum ſcientiam , & omnia illa , quæ ad Religionem naturalem , humanas Leges , & mutuum civile hominum commercium , & ſocietatem ſpectant ; quod *Ethicæ* objectum eſt , & argumentum . Perperam tamen iſta omnia , aut eorum ſingula aſſequi , & cognoſcere homines ſperarent , niſi aptum prius humanarum cogitationum Criterium agnoſceretur , certaque Methodus , & Leges ſtatuerentur , quibus humana ratio velut manuducta vera a falſis , & certa ab incertis diſtinguere , ſeque ipſam ab erroribus liberare ediſceret : eſt idcirco a Platone , ut creditur , prioribus Philoſophiæ partibus adjuncta *ars Logica* , univerſale ſcilicet ſcientiarum organum , cujus quidem regulæ , & præcepta eo tendunt , ut humanam rationem , & intellectum ab erroribus avertant , & per rectam veritatis ſemitam ducant .

Ex omnibus hiſce Philoſophiæ partibus antiquiſſima procul dubio cenſeri debet Phyſica ; eamque ab hominibus in pretio ſemper fuiſſe habitam , facile crediderim . Id ſane propria humanæ naturæ in præſenti rerum ſtatu conditio , hominum ſenſus , animæ noſtræ indoles , atque ipſa etiam hujus adſpectabilis mundi ad ſenſus noſtros , vitam , & rationem relatio evincunt . Cum enim ita a natura comparati ſimus , ut ſenſu potiſſimum ducamur , cum ſenſibilia objecta , & vehementius , & longe prius in nos agant , & flectant , quam ratio ipſa , cum innumera hæc , & illuſtria objecta , phænomena , & inſignia corpora , quæ hominem ſciendi , & obſervandi avidiſſimum ſemper circumſtant , in ejuſque ſenſus perpetuo incurrunt , humanam rationem per ſe ſe alliciant , in ſui cognitionem invitent , & longe vehementius noſtrum ſciendi ardorem , & curioſitatem moveant , quam abſtracta Metaphyſicæ, & Ethicæ objecta a ſenſibus penitus remota , & ſola meditatione , & ratione

ne

ne cognita; inde factum est, ut homines longe prius ad Physicam, quam ad Dei, & reliquorum spirituum naturam, futuramque hominum felicitatem agnoscendam animum intenderent. Eamdem etiam Philosophiæ partem ab omnibus Philosophorum sectis, successu licet impari, & varia prorsus fortuna cultam fuisse constat. *Socrates* ipse, qui maturioribus annis morum doctrinæ, seu Ethicæ se totum tradidit, eamque Philosophiæ partem insigniter adeo promovit, & illustravit, ut morum scientia sit Socraticæ Scholæ character, & peculiaris scopus; juvenili tamen ætate, & primis, quibus docuit, annis etiam Physicam coluit. Cum amplissimum sit, vixque ullos habeat fines Philosophiæ argumentum; contra vero humana vita intra angustos terminos comprehendatur; græci Philosophi ut plurimum unam vel alteram hujus scientiæ partem sibi statuebant colendam, in ea promovenda totam vitam exercebantur: alias vero vel penitus omittebant, vel perfunctorie tantum prosequebantur. Id consilii in quamplurimis græcorum sectis deprehendas. *Xenophanes* in propria illa, quam post Socratis mortem fundavit, Schola, Ethica prætermissa, Logicam solummodo, & Physicam docuit, & impense coluit. (*a*) *Archelaus* nobilis etiam inter Græcos Philosophus, Physicam, & Moralem, Logica omissa, pertractavit, & discipulos suos docuit. *Epicurus* Physicus per id temporis celeberrimus, ejusque discipuli primo quidem solam Physicam, & Ethicam docuere, postea tamen referente Seneca (*b*) rationalem etiam Philosophiam illustrarunt, & professi sunt. *Cynici* tandem, & *Cyrenaica Secta* Ethicæ solummodo operam navabant, Physicam vero, & Logicam contemnebant, aut ignorabant. Ut tamen ad Socratem redeamus, ab ejusque tempore argumentum resumamus: *Plato* Socratis discipulus, si quis per id temporis alius, omni commendatione dignissimus, quem omnis retro antiquitas, & Sancti etiam Ecclesiæ Patres Divinum appellarunt; *Plato*, inquam, Scholæ celeberrimæ fundator, quam *Academiam* nuncupamus, Physicam, & Ethicam primo tractavit, & maxime coluit; iis vero

(a) *Sext. Empyr. adv. Log. 1. Sect.* 14.
(b) *Epist.* 89.

ro poſtmodum Logicam addidit, quam, ut dixi, primus invenit, aut, quod verius crediderim, in formam, & artis normam redegit: quæ nimirum alii ante Platonem ſparſim, & nullo ordine tradiderant, in unum corpus recte ordinatum digeſſit, explicuit, & auxit.

Ariſtoteles Platonis diſcipulus & per 20 annos auditor, magiſtro quidem ingenio par, probitate, candidis moribus, & bona fide longe inferior, Academiæ deſertor *Peripateticam* Scholam auctor inſtituit; (cujus fortunam, variam illam quidem, ſtatim delibabimus). Logicam a Platone inventam ulterius promovit, & perfecit: Phyſicam, & Ethicam profitebatur; Metaphyſicam tamquam peculiarem Philoſophiæ partem a cæteris diſtinctam non tradidit, aut proprio nomine explicuit, ſed potius omnem Philoſophiam in Phyſicam, Logicam, & Ethicam diſtribuit: Ariſtotelis tamen Interpretes, & commentatores, *Apellicon*, *Tirannio* grammaticus, & *Andronicus*, in quorum manus, ut ſtatim dicemus, ſcripta Ariſtotelis indigeſta, nulloque ordine diſtincta pervenerunt, hujuſmodi libros in tres primum claſſes juxta conſuetum Philoſophorum ordinem Logicam, Phyſicam, & Ethicam diviſerunt. Cum tamen aliqui ſupereſſent libri, qui ad nullum ex prædictis capitibus reduci commode poſſent; eos *Meta-Phyſica*, hoc eſt, *Poſt-Phyſica*, ſeu *Phyſicæ adjecta* nuncuparunt: eaque eſt celeberrimæ in Scholis Philoſophiæ diviſionis origo, & principium. In iis libris, qui Metaphyſica appellantur, nihil fere de Deo, de Spiritibus, Ideis, generalibuſque rerum notionibus ad Metaphyſicam ſpectantibus diſſerit Ariſtoteles. Potiſſima quidem hæc ſunt philoſophiæ capita, atque ſublimia argumenta, omnium hominum indagatione digniſſima, atque neceſſaria. Qui illa prætermittit, aut pro rei ipſius dignitate non tractet philoſophus, utcunque ille exiſtimetur hoc nomine dignus, neque Metaphyſicam, neque totius philoſophiæ, atque humanæ ſapientiæ fundamenta attingit. Re igitur mature perpenſa, tres tantum philoſophiæ partes modo a nobis relatas, pro modulo ſuo diſſeruit Ariſtoteles. Metaphyſicæ inſcriptio, quæ in ejus libris legitur, interpretum potius, atque commentatorum, quam auctoris opus exiſtit.

Hu-

Hujusmodi Philosophiæ in quatuor partes divisionem non omnes Philosophi, & Philosophorum Sectæ probarunt; plurimique hodie sunt, qui priorem distributionem a Platone usurpatam præferant, & retineant; cum nihil in Metaphysica tradi soleat, quod eorum judicio ad alias philosophiæ partes reduci facile non possit, & pertinere videatur. Quocunque modo rem statuas, parvi momenti negotium est. *Logica*, *Metaphysica*, *Physica*, *Ethica*, amplissima quidem argumenta, atque scientiæ existunt: alia ab aliis objecto, ratione, aut modo distinguuntur: omnia Philosophiæ nomine donari consueverunt; licet scientiæ illæ sint admodum inter se diversæ; aliæque ab aliis seorsim edisci, atque tractari possint. Relatas omnes hasce scientias, atque artes aggredi, mihi statui; licet Logicam, non tam artem solius Philosophiæ propriam, quam organum quoddam universale scientiarum, & introductionem quamdam ad omnes alias artes, & scientias comparandas necessariam cum pluribus & antiquis, & recentioribus Philosophis existimem. Neque enim logica peculiare aliquid de Deo, de Corpore, de moribus & id genus aliis proprie tractat, sed generales tantum regulas tradit, quibus humana ratio in acquirendis scientiis atque in toto humanæ vitæ commercio, & consuetudine uti debeat, ut verum assequatur, errores devitet, & dubia ab indubiis distinguat.

Græcia Romanorum armis subacta, Philosophia ipsa, cæteræque Græcorum artes, & scientiæ per totam Europam, excepta Græcia, hactenus ignotæ, ad Latium & Romam potissimum translatæ sunt; quin tamen inter Græcos in pretio esse desinerent. *Lucretius* Romanorum omnium primus Epicuream, seu Atomistarum Physicam Latio donatam eleganti carmine Romanis tradidit; cujus exemplo Romanæ juventutis animi adeo scientiarum, Philosophiæ inprimis amore sunt inflammati, ut turmatim in Græciam scientiarum sedem confluerent, ut Græcos audirent Magistros, & humaniores litteras, reliquasque Græcorum artes, & scientias in patrium Tiberim, & Capitolium adducerent. Unde factum, ut Romani, qui prius a Græcis, quos armis vicerant, litteris fuerant superati; eosdem postea Græcos omni litterarum genere fere æquarint. Romani tamen, ut & ma-

major Græcorum pars, Platonicam Philosophiam, & doctrinam amplectebantur, & cæteris præferebant, eique potissimum operam navabant: hinc Platonis nomen, & Academia non modo inter Græcos, sed etiam inter Romanos, & Barbaros, ad quos Philosophia penetrabat, magnopere prædicabatur: Ipseque Plato *Divinus* passim ab omnibus audiebat: adeo ut cum Cicero (idem de aliis Romanis dictum habe) Aristotelem philosophis reliquis anteponeret, *Platonem*, adderet, *semper excipio*. Præclara hæc Platonis & Academiæ fortuna, & existimatio quantumvis egregii philosophi, & illius doctrinæ merito debita videretur, eo etiam de capite potissimum oriebatur, quod ejus dogmata moralia, & politica rationi naturali inprimis conformia, Rerumpublicarum regimini, & statui maxime conveniebant. Nihil igitur mirum quod Græcos, & Romanos, gentem, si qua alia fuit, patriæ libertatis, & Rerumpublicarum formæ amantissimam, præ cæteris omnibus sectis, & Philosophis demereretur. Easdem in Platonem laudes primis quatuor Christiani nominis sæculis omnes fere Ecclesiæ Patres congerebant: Platonem unice amabant, ejus philosophiam prædicabant, colebant, & amplectabantur, cum Aristotelem, Epicurum, eorumque doctrinam diris interim devovebant: propterea quod impia aliqua in Epicuro, & Aristotele dogmata Religioni Christianæ, & naturali prorsus contraria deprehenderunt: contra vero Platonis doctrina adeo cum Christianis dogmatibus conveniebat, ut ipse quasi Divinæ, & Christianæ legis præcursor quidam fuisse videretur. Per septem igitur fere sæcula, tria scilicet ante Christum natum, reliqua post Christi Nativitatem maximo in plausu erat Plato; ejusque doctrina communior per id tempus philosophia.

Secundo tamen nominis Christiani Sæculo *Potamon* Alexandrinus, pluresque alii philosophi, excusso tot sectarum servili jugo, philosophandi libertatem sectis omnibus, & præjudicatis opinionibus prætulerunt; cum enim veritatem unice amarent, & quærerent; illam non in unius tantum hominis scriptis, & doctrina reperiri, sed in omnibus ubique sparsam, & plurimis erroribus intermixtam esse recte judicabant. Hominem scilicet aliquem esse, Philosophum reperiri posse aliquem, qui infinita non ignoret, in mille pas-

passim errores non incidat, amplectatur, propugnet, id utique humanitatis conditionem superaret. *Non decipi* nullius hominis privilegium est. Qui hac in parte, casu, aut industria verum assequitur, alibi saepe miserum labitur: saepe *bonum dormitare Homerum* hominis cujuscunque conditio est. Eam idcirco sibi legem imposuerunt, ut nulli quidem scholae nomen darent, aut in cujusv s hominis verba jurarent: Sed omnibus, singulisque philosophorum dogmatibus discussis, & recte perpensis aliqua tantum ex singulis, quae vera viderentur, probarent, & tenerent, reliqua omnia rejicerent. Hujusmodi Sectae, seu potius homines nullius Sectae propugnatores, aut hostes, ob vindicatam dicendi, & philosophandi libertatem *Philosophi Eccletici* nuncupati, in Oriente potissimum, Ægypto scilicet, & Graecia uno, aut altero saeculo floruerunt, quoad litterarum amor in omnibus fere nationibus penitus interiit, aut a pristina gloria, atque splendore plurimum declinavit: ut statim dicemus.

Romanorum imperio, & potentia continuis Barbarorum irruptionibus concusso, & in earum gentium praedam tandem redacto, universa Europa, si aliquas Graeciae Civitates excipias, amisso litterarum splendore, & amore in supinam omnino, & crassissimam ignorantiam lapsa est. Mira haec Romanae potentiae, & litterarum ruina in quinto nostrae salutis Saeculo in Occidente contigit. Orientale etiam Graecorum Imperium, quantumvis per plurima adhuc Saecula duraverit, hostium tamen irruptionibus, & domesticis dissensionibus fere semper afflictum ab antiquo & potentiae, & scientiarum, artiumque splendore magis semper & magis recedebat: eo sane res devenit, ut in nono praecipue, decimo, & undecimo Saeculo miseranda barbaries in omnes Europae gentes esset diffusa: Ecclesiastici & Monachi (magna saltem pars) vix legere, & scribere, Laici vero ne id quidem nossent; nullumque iis, & sequentibus temporibus philosophiae, bonarum artium, aut severiorum disciplinarum studium, aut vestigium deprehenderetur. Quosnam majores paucis abhinc saeculis universi Europae populi, & nationes habuimus! omnia barbarie, vi, sceleribus plena erant. Interim nos de Europae nostrae dignitate, splendore gloriamur. Illustrem sane,

egre-

egregiam, nullisque unquam humanis laudibus æquandam Sinensem gentem, atque imperium! se ipsis beati Sinenses, quantum id res humanæ ferre possunt, a quatuor, & amplius mille annis perenni felicitate semper culti, scientiarum & artium amantes, & cultores, quantum ad humanam societatem, atque vitæ rationem opus est: dum nos Europei per tot annorum millia misera barbarie premebamur. Ad Arabes Græcanicæ philosophiæ studium pervenerat: cum enim in eorum manus incidissent Aristotelis Codices, corrupti illi quidem, & adeo difformes, ut vix ab Aristotele ipso agniti fuissent; eum *Mahometani Arabes* philosophum coluerunt, & secum per universam Africam circa Mediterraneum mare ad Marochianum usque regnum adduxerunt; unde in Cordubensem Scholam, occupata per id temporis ab VIII. scilicet Sæculo a Saracenis Hispania, pervenit. Aristotelis libros ad Arabes devenisse corruptos diximus; res enim est prorsus indubia, ut inferius ex antiquis Scriptoribus referam, cum de Peripateticis singillatim dicam. Peripatetica igitur philosophia maxime adulterata a Græcis Codicibus corruptissimis ad Arabes, ab Arabibus in Hispaniam, ab Hispania in Galliam, Angliam, Italiam, & reliquam Europam transmissa a decimo tertio ad decimum sextum Sæculum cum dimidio Scholas fere omnes occupavit. Et licet aliqui etiamtum Platonem Aristoteli præferrent, is tamen postremus Divi Thomæ, Scoti, & aliorum commentationibus, & opera illustratus, ejus ætatis Philosophus, & Scholarum Princeps per quatuor Sæcula evasit.

Silentio tamen prætermittendum non est, vix ullum fuisse toto eo tempore naturalis Philosophiæ, seu Physicæ studium. Peripatetica Philosophia parum ipsa per se se, ut in græcis codicibus prostat, physicam sapiens, ab Arabibus postea tractata, in eorum linguam traducta, secundum Afrorum indolem accommodata, atque ab iis tandem in Scholas inducta, neque physicam, neque veram, sinceramque Logicam humanæ societati utilem, neque Metaphysicam pretio dignam continebat: generales tantum rerum notiones, & abstractas ideas tradebat: entia rationis, chymæras, possibilia, & impossibilia, prædicamenta, & id genus alia specioso verborum apparatu comple-

cte-

ctebatur: physicam rerum naturam, & arcana, uno verbo, philosophiam naturalem generalibus tantum occultarum qualitatum, & virtutum nominibus exponebat. Nulla enim per ea tempora experimenta Physica instituebantur; omnes Mathematicæ disciplinæ penitus jacebant, nullo in loco habitæ: Subtilitatibus, & idearum analysi inter privata cubicula, & in publicis Academiis unice homines indulgebant, nihil de naturalium compositorum, caussarum, & effectuum examine solliciti. Hæc ego cum dico, ne latum quidem unguem a veritate deflectere arbitror. Hystoricæ veritatis testes appello mille peripateticorum volumina in bibliothecis extantia, pulverulentas blattarum dapes, & cadentis barbariei monumenta. Sæculo decimo tertio ipsa Arabum philosophia in triplicem scholam divisa fuit: in *Thomisticam* scilicet, cujus princeps *D. Thomas*, præclarum omnino in scholastica Theologia, atque in Christianorum fastis nomen: *Scotisticam*, quæ a *Joanne Duns Scoto*, posita est; & Sectam *Nominalium*, quam *Okamus* præcipue fundavit, & illustravit. Fere totum earum discrimen in Metaphysicis quæstionibus, Logicis, & aliis similibus positum est.

Sæculo decimo septimo novam plane faciem induit Philosophia. *Renatus Descartes*, *Galilæus de Galilæis*, *Petrus Gassendi*, *Athanasius Kircher*, *Newton*, *Boyle*, *Comes de Verulamio*, & alii servile Scholæ jugum excusserunt; Aristotelis auctoritatem, quæ mentali quadam cogitandi tyrannide scholasticorum mentes tenuerat, nihili habentes, erecto libertatis vexillo libere omnino, prout res postulabat, philosophari cœpere, naturamqne propius intueri, & rimari. Ii proinde philosophiæ restauratores jure merito habendi sunt; cum philosophiam, & philosophos a servitute liberarent, in meliorem formam reducerent; viam demonstraverint, qua ad veram scientiam naturalem assequendam tum ipsi, tum omnes alii possent pervenire. Antea enim per quatuor integra Sæcula toti erant philosophi, ut Aristotelis mentem assequerentur: religioni vertebant ab ejus verbis, & sensibus discedere; is veritatem assequi existimabat, qui pro se stare Aristotelem probaret; illiusque verba, & textus rem pene definiebant, & religiose adeo accipiebantur, ut iis contradicere nemo auderet: unde nulli

nulli omnino in rebus physicis progressus, & nullum, ut plurima verbo dicam, naturalis Philosophiæ studium in Scholis visebatur. Quantumvis plures elapso Sæculo extiterint, qui ad Philosophiam in meliorem formam redigendam plurimum contulerint; instauratæ tamen Philosophiæ gloriam Cartesius sibi vindicavit; is enim primus omnium fuit, qui contra unanimem omnium Philosophorum torrentem se se objecit, antiquæ Physicæ inanitatem demonstravit, Scholasticis oculos aperuit, novam colendæ, & addiscendæ naturæ semitam, & methodum ostendit, Physicamque, e postliminio in Scholas reduxit. Dum hac ego laude *Cartesium* ita commendo, nihil de *Baconis de Verulamio*, nobilis, & præclari Angli meritis, & commendatione detractum esse velim. Facem ille quidem ipsi Cartesio prætulit, profundi ingenii, atque meditationis, assidui laboris, & studii philosophus. Philosophiæ abusum, Scholarum vitia vidit, & demonstravit; novas ideas, novam methodum, nova etiam argumenta proposuit. Dignus sane, qui & integrum illustret sæculum, & *Cartesium*, & *Boyle* quadam ratione præformaverit. Bacon tamen, quem omnes quidem merito commendant, nullus fere legit, viam veluti a longe visam præmonstrat, initiales quasdam ideas concepit: plurimis distractus generalia tantum aliqua capita delibat, rem ipsam propius non aggreditur: quam totam e fundamentis tentandam, atque deducendam Cartesio reliquit. At novam philosophandi methodum non citra pulverem stabilire potuerunt Physici, obstrepente undique numerosa Scholasticorum familia, quorum animis radices alte defixerat Peripatetica Philosophia, & Aristoteles, ejus gentis idolum. Quoniam primus fuerat Cartesius, qui novam philosophandi methodum statuerat, omnem Peripateticam philosophiam rejecerat, novam asseruerat, mechanicam illam quidem, atque simplicissimis hisce principiis *materia*, *figura*, *motu* tantummodo innixam, & extructam; tota in Cartesium excanduit Scholasticorum ira, & litterarium bellum. Animosa scholasticorum contentione sensim languescente, Aristoteles, ejusque doctrina ubique profligata, & eliminata Cartesianæ, Atomisticæ, & Experimentali philosophiæ locum fecit. *Cartesius* scilicet inprimis nova methodo Physicam aggressus, &
Geo-

Geometria in partes advocata, ſcholam fundavit cum Doctoris ingenio, tum doctrinæ ſubtilitate, numeroſaque, & egregia diſcipulorum manu percelebrem: præclare quippe rem philoſophicam promoverunt; & promovent etiamnum Carteſiani, plurimiſque inventis, experimentis, & phænomenorum explicationibus Phyſicam adaugent. Alia ex parte *Newton*, magnum in Britannia nomen, Carteſio aperte æmulus ſubtiliſſima Geometria adhibita, aliud Phyſicum mundi Syſtema explicuit, plurimaque ſtabilivit, quæ cum plauſu recipiuntur. *Petrus Gaſſendus* optime etiam de Philoſophia meruit, dum non ſcholam quidem novam fundavit, ſed antiquam, & pene obliteratam Epicuri doctrinam, & Sectam repurgavit, in Latium tranſtulit, explicuit, ſtabilivit, & nova luce donavit. Quod inter recentes haſce philoſophorum ſectas, quod etiam recentiorum ab antiquis exiſtat diſcrimen: quiſnam ſingularum character, principia, & potiſſima dogmata ſint, inferius dabimus. Ex quo *Carteſius*, *Gaſſendus*, *Newton* philoſophantur; numeroſam æque atque illuſtrem ad ſe ſe quiſque diſcipulorum manum adduxere. Fuere qui purum Carteſianiſmum, Gaſſendiſmum, & Nevvtonianiſmum tenuerint, & tamquam pro aris propugnarent. Partium ſtudia animos invaſerant: & qui primum in Ariſtotelem, & ſcholaſticos declamando adverſariorum præjudicia ubique prædicabant, novis etiam præjudiciis philoſophantur, facti & ipſi in eadem ſcæna ludibrium. Quid tamen miramur, ſi humana omnia humanitatem ſapiunt? Tempore refriguit primus ille diſcipulorum ardor. Carteſianos, & Nevvtonianos hodie videas plurimos, qui tamen magiſtrorum doctrinæ martyres eſſe nolint, eamque in bene multis capitibus deſerant.

Una cum Nevvtono floruit etiam in Germania *Leibnitius*, philoſophus, & Mathematicus illuſtris, ut alia hominis litteraria ornamenta omittam: ingenio quidem anglo æqualis, multijuga tamen doctrina, & eruditione major. Novum illud naturalis philoſophiæ ſyſtema non cogitavit, ut Carteſius; aliquot tamen aſſeruit dogmata, primitivam, & intimam corporis naturam ſpectantia; aliquot etiam in Metaphyſicam induxit principia, aut dogmata aſſeruit, quæ illius philoſophi ſingularia ſunt: ſuoſque

etiam sectarios habent. Quod generalem physicarum rerum constitutionem attinet, Cartesianos vortices generali Kepleri, & Nevvtoni attractioni præferebat; atque in Cartesianismum ut plurimum inclinabat. Quidnam rei sint peculiaria hominis dogmata paucis quidem, & generatim inferius dabitur, plenius in Metaphysica, ubi res ipsa, & locus exigat, exponemus.

Ultimus in scænam prodiit *Perrier*, generalis physicarum rerum systematis auctor, qui in vivis modo etiam agens, cogitati a se systematis fortunam experitur, constructum ædificium novis forsan curis perfecturus, aut sicubi ruinam minitetur, reparaturus. Præsens, quod vivimus, sæculum Electricitatis epocha dici potest. Quid hoc nomine significetur, brevem hujus rei historiam, Electricitatis initium, progressum, præsentem statum, phænomena, caussam, theoriam in sexto hujus operis volumine habes. Inter mille alia circa electricas attractiones, & repulsiones observata phænomena in illud tentando deventum est, ut corpuscula exigua in aere prope corpus electricum suspendamus, pendula serveemus, & circa idem corpus gyrare compellamus: ab hisce, & aliis phænomenis electricis cum revolutione astrorum analogis, in id philosophando devenit *Perrier*, ut generalem totius hujus universi motricem caussam electricismum esse diceret: eoque pacto mechanicum hujus mundi universale systema asseruerit. Et hæc quidem circa recentissimum hoc systema hoc loco indicasse sufficiat: rem totam per universam Physicam, potissimum vero in Astronomia, cum generalem motuum cælestium caussam physicam inquiremus, late expositam invenies.

Etsi plurimi sint, qui Cartesium, Nevvtonum, Gassendum, Leibnitium, parum licet scrupulose, sequantur, atque derivato a magistris nomine appellentur; fatendum tamen est, maximam hominum partem, qui Philosophiæ navant operam, Eccleticæ Scholæ, seu potius instituto se se accommodare; hancque hodie esse numerosiorem, & probatiorem philosophorum nationem, & doctrinam majori pretio habitam. Quid enim systemata, nisi perpetuus præjudiciorum fomes? Cartesium, aut Nevvtonum Aristoteli substituere, in cujus verba, aut sensus jures, lit-

litterariæ servitutis mutatio est, non libertatis assertio. Nobilem hanc philosophandi libertatem, atque ardorem maxime promoverunt, quæ per id temporis magno Reipublicæ litterariæ, Physicæ potissimum beneficio, stabilitæ sunt a Regibus, & viris Principibus in pluribus Europæ Civitatibus Academiæ, seu eruditorum hominum cætus numerosa instrumentorum supellectili instructi, qui in unum incumberent, ut scientiam naturalem promoverent, experimenta, & observationes instituerent, & naturam, ejusque arcana reconditiora expiscarentur. Commendari inprimis debent Regia scientiarum Academia Parisiis a *Ludovico Magno* Francorum Rege anno 1666 primum fundata; deinceps vero ab eodem Rege anno 1699 in meliorem formam redacta (a). Regia Societas Londinensis Londini a *Carolo* secundo Anglorum Rege anno 1662 stabilita: plurimæ etiam aliæ hoc præsertim Sæculo decimo octavo in Hispania, Italia, Germania, Russia, Svecia ejusdemmet rei gratia institutæ. Optimum sane hoc physicam promovendi, & perficiendi consilium illustres eorum cætuum Academici optime hactenus prosecuti sunt; publicisque votis eorum labores respondent: mirum enim est, quot novæ phænomena, caussas, effectus, & corporum proprietates feliciter modo agnoscimus, & explicamus, in quibus Veteres omnes cœcutire deprehendimus. Historia naturalis longe ultra eos limites modo transcurrit, quos agnoverant antiqui: milleque id genus alia nostris hisce temporibus Academiarum observationum, experimentorum, & philosophandi libertatis beneficio adepti sumus, ut ex toto nostri operis cursu, & lectione edoceberis.

PARS SECUNDA.

PHilosophia ab Asia, & Ægypto ad Græcos translata in varias tum primo scholas, aut Sectas divisa est, non locorum tantummodo, aut temporum, & præceptorum diversitate distinctas, sed eo potissimum diversas, quod vel diversis philosophiæ partibus explicandis incumberent, vel dogmata omnino diversa circa idem argumentum propugnarent.

(a) *Fontenelle Hist. Acad.*

SECTA JONICA.

Quod igitur ad Philosophorum Sectas attinet, primam, eamque celeberrimam in Jonia, Asiæ minoris regione, posuit *Thales* annis ante Christum natum 639. Antiquissimus hic Philosophus inter septem Græciæ sapientes numeratus, homo quidem patria Milesius, sed origine Phœnicius, primus Græcos philosophiam docuit, quam ab Ægyptiis Sacerdotibus acceperat, & Jonicam Sectam Mileto fundavit. Plurima docte scripsit, & primus omnium docuit circa astrorum motus, & magnitudinem, circa ventos, & alia metheora: æquinoctia designavit, eclipses prædixit, caussam detexit; Græcosque, ut *Cynosuram*, *seu ursam minorem* ad instituendam, & perficiendam navigationem observarent, admonuit (*a*). Thaletis, Jonicæ Scholæ, & omnium ejusdem Sectæ magistrorum proprius velut character fuit, ut physicis rebus potissimum, & sedulo quidem vacarent; a præceptorum verbis, & opinionibus decedere religio ipsis non erat; sed libere omnino sensa quisque sua proferebat, quantumvis a præceptoris opinionibus discreparent.

Celeberrimum hunc Jonicæ scholæ auctorem, quem Physicorum Principem, & Philosophiæ inter Græcos inventorem aliqui nuncuparunt, audivit, eique in docendi munere successit *Anaximander*; qui primus omnium *Gnomonem*, & ejus usum, *Horoscopia*, *& tabulas Geographicas* exarare docuit. Post *Anaximandrum* suo ordine subsecuti sunt, & Magistri locum habuere *Anaximenes*, *Anaxagoras*, qui Scholam ab Jonia in Athenas transtulit, & *Archelaus*. Horum postremum, Physicum sane antiquorum judicio præstantissimum, & ultimum Jonicæ Scholæ professorem (quam ex parte deseruit) audivit Athenis *Socrates* circa annos 440. ante Christum natum; eoque tempore antiqua illa Schola finem habuit. Socrates enim Ethicæ, seu morali Philosophiæ, Religioni, & legibus unice incumbens Physicam prætermisit, & Jonicam Scholam ulterius non propagavit, & hinc, ut refert Laertius (*b*), Archelao mortuo, Physica etiam intercidere visa est.

Prin-

(a) *Menagius in Laertium: Clem. Alex. Strom. l.* 1. *pag.* 302. (b) *l.* 2.

Princeps, atque proprium illud erat *Thaletis* dogma, Aquam nimirum omnium rerum corporearum esse principium; omnia ex aqua fieri, & in aquam resolvi. Verisimile est, hominem origine Phænicium, inter Ægyptios longo tempore conversatum, ab Hebræorum deinde confiniis non admodum separatum, suum illud principium a Mosaica narratione, non satis sibi perspecta, derivasse. Licet autem antiqua *Thaletis* schola post brevem annorum periodum fuerit soluta; memoratum tamen rerum physicarum Principium tenuerunt postremis hisce temporibus *Paracelsus*, *Van-Helmont*, *Basilius Valentinus*, & alii.

Nullus equidem in tota antiquitate cum discipulorum præstantia, tum nobilitate Socratem superavit. Eum præter alios quamplures audierunt *Aristippus*, *Phædo*, *Euclides* Megarensis, *Plato*, *Antisthenes*, *Zeno*, qui totidem Scholas, & celebres iis temporibus Sectas primi fundatores instituere. *Aristippus* siquidem Cyrenaicam in Cyrene nobili Africæ Civitate fundavit; *Phædo* Eliacam; Megaricam *Euclides*, *Plato* Academiam, *Antisthenes* Cynicam, Stoicam *Zeno* instituernnt. Socrates tamen, communis & emeritus tot sapientum magister, licet hos celeberrimos habuisset discipulos, quos modo censuimus, peculiarem scholam non instituit, seu potius infelici auspicio cœptam propagare non potuit; propterea quod a magistri doctrina, ob quam invidiose, ut creditur, capite plexus est, omnes recesserunt, & suam quisque Sectam fundavit.

SECTA CYRENAICA.

Cyrenaica schola circa annos 370 ante Christum natum stabilita, jam ad Epicuri tempora omnino defecerat; brevi igitur temporis periodo ob periculosam fortasse hominum doctrinam, aut alios carpendi licentiam extincta est. *Aristippus* quidem scholæ auctor omnibus fere sui temporis Philosophis invisus Ethicam solummodo coluit; ejusque exemplo Cyrenaica Schola Physicam, & Logicam prætermittens morum doctrinam tantum explicabat. Nihil igitur ad scientias naturales contulit hæc schola, parum inter antiquos famosa. Silentio prætermitti non debet, *Aretem* Aristippi filiam & discipulam paterna

in schola post *Antipatrum* successisse, eamdemque *Aristippo* alteri, filio suo, & auditori gubernandam reliquisse. Postea vero *Theodorus*, *Bion*, *Epitimides*, *Parebates*, *Hegesias*, *Anniceris* eamdem scholam aut docendi munere, aut nominis celebritate illustrarunt.

SECTA MEGARICA.

Megaram, nobilem Achajæ Civitatem & patriam suam, nova illic fundata, & stabilita Philosophiæ schola, quam Megaricam appellarunt, non parum illustravit *Euclides* Megarensis, Socratis auditor, Platonis coævus, & ab Euclide alio, Geometra celeberrimo diversus. Id in Megarensi Euclide singulare fuit, quod cum Megarensibus Athenas ingredi interdictum esset, muliebri veste indueretur, ut eo pacto inter Athenienses vivere posset ignotus, & Philosophiam ediscere. Pauca tamen de hujusmodi Secta, & Philosophis notatu digna referuntur. Illos primo quidem *Megaricos*, *Litigiosos* postea, tandem *Dialecticos* appellavit antiquitas; quod non obscurum indicium est, Megarenses Philosophos vel Logicam solummodo professos fuisse, vel disputationis potius ardore, & contentione, quam meritis, & doctrina nomen sibi fecisse. Præcipui, qui post Euclidem ejus scholam illustraverint, recensentur *Eubulides*, *Alexinus*, *Apollonius*, *Diodorus*, *Euphantus*, & *Stilpo*. Post annum 300 ante æram vulgarem Megarensem Sectam superstitem fuisse non legimus.

SECTA ELIACA.

Phædo Socratem deserens, & ab Athenis in Eleam Æoliæ Civitatem discedens, Philosophiam illic docere aggressus est, sectamque & scholam stabilivit ex loci nomine nuncupatam *Eliacam*, quæ post primum Sectæ fundatorem professores habuit *Plistanum*, *Menedemum*, & *Asclepiadem*, quibus vita functis defecit omnino neque temporis diuturnitate, neque doctrinæ præstantia, neque Philosophorum meritis, nomine, scientia, aut numero commendata. In primis hisce græcorum sectis referendis diutius immorari operæ pretium esse non existimo. Synopsim præcipuarum rerum scribenti minuta, & parum illustria obje-

objecta superfluunt. Prima illa fuerunt scholæ Græcorum tentamina, atque rudia adhuc incipientis philosophiæ specimina: ad illos, quos modo referam, major græcanicæ eruditionis, atque ingenii splendor spectat.

ACADEMIA.

Academiam Athenis fundavit Divinus Philosophus *Plato*, quæ per tercentos, & amplius annos ea in Civitate floruit. Siquidem Plato scholæ princeps anno 428. ante Christum natus; *Antiochus* vero ultimus Academiæ professor circa annos 50. ante Christum obiit. Academiæ nomen inde scholæ derivatum, quod ii Philosophi in suburbano horto docerent, quem in id muneris Atheniensis quidam nomine *Academus* donaverat. Plato mirabilis ingenii, & prudentiæ vir, sanguinis nobilitate, morum suavitate, ingenio, modestia, prudentia, eloquentia, & doctrina clarus, & magno semper in pretio habitus philosophiam dialogis exposuit. Physicam, Logicam, & Ethicam complexus, discipulos suos non tantum in Logicis rebus, & ratiocinandi arte eruditos, & naturali scientia instructos, sed morum etiam doctrina, & politicis rationibus recte administrandæ Reipublicæ necessariis perpolitos effecit. Unde est, quod magna eorum hominum pars, qui ad publica negotia, populorum, & rerumpublicarum administrationem accedebant, Platonicæ Philosophiæ potissimum operam darent.

Academia, omnium Græcarum scholarum procul dubio celeberrima, in *Veterem*, *Mediam*, & *Novam* dividitur, pro varia scilicet scholæ reformatione, aut instauratione a Platonicis ipsis facta. Celeberrimæ huic scholæ successive præfuerunt *Plato*, *Speusippus*, *Xenocrates*, *Polemo*, *Crantor*, *Crates*, *Arcesilas*, *Lacydes*, *Evander*, *Thelecles*, *Egesinus*, *Carneades*, *Clitomacus*, *Philon*, *Charmides*, & *Antiochus*. Peculiares Platonicorum opiniones, & Academiæ systema circa rerum corporearum, mundique naturam, originem, & alia bene multa ad Physicam spectantia inferius suis in locis referemus. Id inpræsentiarum annotare satis erit, Platonicos Geometriæ studium maxime commendasse, cum ab iis jam tempori-

ribus notum iis hominibus esset, non magnos in Physica progressus absque Geometria fieri posse. Ejus rei gratia affixum Academiæ foribus legimus notissimum illud: *Nullus Geometriæ expers intrato*. Erat igitur peculiaris quasi Academiæ character Logicam prius, & Geometriam ediscere, iisque ad Physicam, & Moralem, quam fusissime tradebant, se se instruere, & præparare.

Plato, atque Academici *Platonis* discipuli in rebus physicis *Heraclito* maxime consentiebant; in rebus moralibus, & politicis *Socratem*; in metaphysicis *Pythagoram* cæteris præferebant, eorumque doctrinam potissimum sequebantur.

Celeberrimum hoc erat rigidorum Academicorum dogma, atque effatum, *Unum scio, quod nihil scio*; seu, nullam nos habere de re quacunque, quandiu vivimus, scientiam. Postea vero in id tandem devenerunt iidem Academici, ut non solum se nihil scire dicerent, *sed ne hoc quidem, quod nihil scirent, certo cognoscere affirmarent*. Crediderim tamen, aliud a *Platone* positum non fuisse, quam prudentem de iis omnibus rebus dubitationem, de quibus certam non habemus scientiam. Quæcunque tamen fuerit magistri mens, indubium est, ejus discipulos ratum illud omnino habuisse, atque in Licæo tradidisse effatum.

Arcesilas deinde in *veteris Academiæ* reformatione, & *Novæ* institutione, atque omnes ejusdem discipuli rigidiora veteris dogmata aut deseruerunt, aut paululum saltem mitigarunt: communem hominum vitam, & commercium cum universali illa de omnibus plane rebus dubitatione stare non posse, tandem agnoverunt, & professi sunt: universali igitur dubitationi e medio sublatæ *probabilitatem* substituerunt, ut novo nomine, & mitigato dogmate invidiam declinarent.

Academici philosophi tempore procedente, primis scilicet æræ christianæ sæculis relicto priori nomine, novum arripuerunt, neque amplius *Academici*, sed *Platonici* solummodo apud omnes nuncupati sunt; quod quidem nomen Alexandriæ primo natum, atque confirmatum in subsequentia tempora, & eos omnes philosophos derivatum fuit, qui Platonis doctrinam profitebantur. Præter illos, quos jam retuli,

li, Academicos Philosophos, quamplurimi alii omnino præclari, atque ex diversis gentibus homines subsequentibus temporibus eamdem doctrinam tenuerunt: *Porphyrius*, *Plotinus*, *Jamblichus*, *Plutarchus*, *Proclus* ex Græcis; *Philon* Hebræus ex Judæis, *Apulejus*, *Chalcidius*, & alii quamplures Latini inter Platonicos numerantur; ut omittam plures veteres Romanos, & inter illos *Marcum Tullium Ciceronem*, & majorem SS. PP. numerum, qui *Platonem*, ejusque doctrinam aliis omnino Græcanicis scholis præferebant. Apud nonnullos Ecclesiæ Patres, *S. Justinum* Martyrem, *Clementem* Alexandrinum, *Origenem*, *Theodoretum*, *Numenium*, & alios, *Plato* vel *Moyses Atticus*, vel *Philosophus Hebræus*, vel *Moysis plagiarius habetur*.

CYNICA.

Cynica Secta Principem habuit *Antisthenem*, Socratis discipulum, & hominem quidem apprime acutum, non ita vero doctum. Ejus scholæ Philosophi Physicam, & Dialecticam aut non colebant, aut parum curabant: Ethicam tantummodo, seu moralem scientiam profitebantur: *Cynici* sunt appellati vel a *Cynosarge* gymnasio, ubi Antisthenes versabatur, & docebat: vel ex eo, quod ejusmodi philosophi, quasi canes, canina omnino mordacitate homines, eorumque mores nullo discrimine carperent, & canum instar publice cum mulieribus coire non dubitarent. Celeberrimus inter Cynicos in tota antiquitate fuit *Diogenes*, qui primus post Antisthenem scholam direxit: magna ingenii vis cum mentis indole, ob opinionum absurditatem ad dementiam fortasse degenerante, celeberrimum Diogenis nomen effecerunt. Sunt, qui eum philosophum commendent, aliquot illius dicta, facta, responsa prædicent, & tamquam exemplaria ad imitandum aut argumentorum loco ad sententiam aliquam probandum adducant. Sua cuique est de rebus, atque hominibus judicandi ratio. *Diogenes* mihi est ingeniosus quidam fatuus, mendicitate sua superbus, & sola mentis fatuitate celebris; hoc unum hominis facta, atque responsa evincunt. Cum Diogenem cogito lucerna accensa sub meridiem per frequentissimum forum hac illac hominis quærendi prætextu discurrere; festivam in-

fa-

ſaniam video, quam pueri apud nos, projectis in Diogenem ſaxis, apto medicarent remedio. Si eamdem in pueris græcis, atque in noſtris naturalem indolem admittis; celeriter a foro in domum ſe recepit Diogenes, parumque de lucerna, aut ſano homine inveniendo ſolicitus, ſuam pedibus ſalutem commiſit. Cætera, quæ de illo philoſopho referuntur, ejuſdem farinæ exiſtunt omnia. In eadem ſchola Philoſophiam docuerunt *Crates*, *Monimus*, *Oneſicritus*, *Metrocles*, *Hypparchia* Metroclis Soror, *Zeno*, qui a Cynicis deficiens Stoicam Sectam fundavit, *Theombrotus*, *Cleomenes*, *Timarchus*, *Echeles*, *Demetrius*, *Menedemus*, *Menippus*, in quo, (vel potius in Menedemo) Cynicorum Secta interiit, cum annos fere 150 ſtetiſſet.

STOICA.

Stoici *Zenonem* habuere Scholæ Principem, & fundatorem circa annum ante Chriſtum 314. Zeno autem patria Cittieus in inſula Cypro, plurimos Athenis Philoſophos audivit, antequam Scholam fundaret: nonaginta annos vixiſſe dicitur, & per 58 Stoicorum familiæ, & ſcholæ præfuiſſe. Omnes Philoſophiæ partes, Logicam, Phyſicam, Moralem complectebatur, & docebat. Stoicæ ſcholæ nomen ex eo derivatum, quod Zeno in celebri apud Athenienſes porticu *Polygnoti* pictuis ornato doceret. Poſt Zenonem Stoicam ſcholam illuſtrarunt *Herillus* Zenonis diſcipulus patria Carthaginenſis, *Perſeus* Cittieus Zenonis auditor, & familiaris, *Sphærus Boſphoranus* Zenonis auditor, *Ariſto* Chius, *Dionyſius* Heracleota Zenonis auditor, qui a Stoicis poſtea ad Cyrenaicam Sectam ſe ſe tranſtulit; *Cleanthes* Aſius Zenonis auditor, & Stoicorum pater a Tullio nuncupatus; *Chryſippus* Solenſis ex Cilicia Stoicus celeberrimus, & in Logica, ſi quis alius, peritiſſimus, *Diogenes* Babylonius, quem magnum, & gravem Stoicum appellat Cicero, *Zeno* Sidonius ab alio ejuſdem nominis, & patriæ philoſopho Epicureo diſtinguendus, *Antipater* Diogenis Babylonii diſcipulus, quem acutiſſimum hominem, & inter magnos Stoicæ Sectæ auctores habitum fuiſſe, tradit *Cicero*, *Panætius* Antipatri diſcipulus *Scipionis* Affricani familiaris; eum Cicero Stoico-

eorum gravissimum, & prope principem nuncupat. *Posidonius* Sirus Panætii auditor, quem Rhodi docentem invisit, & honore affecit *Pompejus*, cum adversus Mitridatem iter ageret: in eo tandem Stoicorum Secta defecit circa annos prope 50 ante Christum natum, cum per annos 260 stetisset.

Plures etiam alii clari nominis Philosophi cum ante Christum natum, dum Stoicorum familia, & schola Athenis adhuc floreret, tum post vulgaris æræ initium, Zenonis sectæ nomen dederunt. Ex Romanis quidem *Cato* Uticensis, *Varro* Romanorum doctissimus, *Marcus Tullius Cicero*, *Seneca Philosophus*, *Antoninus Pius*, & *Marcus Aurelius* Romani Imperatores, ut alios omittam, inter Stoicos communiter recensentur. *Clemens* Alexandrinus, & nonnulli alii Patres Græci eamdem philosophiam coluere, atque cæteris Sectis prætulerunt.

Porro *Zeno*, homo quidem patria Cyprius, origine tamen Phænicius (cujus gentis colonia *Cyprum* transmissa *Citium* ibidem extruxit, atque habitavit) quamplurima doctrinæ capita e Mosaicis libris transtulisse existimatur: plura item ab Academia in *Porticum* derivavit. Præcipua Stoicorum doctrinæ capita Physicam, & Metaphysicam spectantia erant. 1.° Deum existere unicum, licet diversis nominibus ab iisdem philosophis significaretur: 2.° esse in Deo providentiam, quam tamen *Fatum* appellabant: 3.° Hominum animas esse spiritus post mortem superstites. 4.° Deum esse animam mundi: 5.° & hinc Mundum tamquam animal quoddam spectabant. 6.° Mundum vero ipsum igne tandem conflagrandum.

Sed circa mores potissimum singularis prorsus erat, atque paradoxo similis Stoicorum doctrina: omnia bona esse æqualia, sicut etiam omnium malorum parem inter se esse malitiam: dolorem, cruciatum, & alia hujusmodi non esse vera mala: sapientem nulla passione turbari; etiam in atrocioribus cruciatibus felicem, atque pacificum semper existere: amicitiam, veram libertatem, animi magnitudinem in sapiente solummodo reperiri: Ex sapientum solummodo numero Reges, Imperatores, Reipublicæ Principes, Magistratus esse, atque eligi debere; hæc, inquam, & bene multa alia ejusdem farinæ dogmata Stoicorum Ethicam componebant.

Duo

Duo circa Stoicos relatis adjungam: primum, *Zenonis* integerrimos fuisse mores, & fidem omnino incorruptam: quare cum hominis doctrina moribus responderet, eo existimationis apud Athenienses devenit, ut non solum publicas portarum Civitatis claves dubiis Reipublicæ temporibus apud illum deponerent; sed & vivo adhuc auream donarent coronam, mortuo altare erigerent · secundum, Stoicos aliqua ex relatis dogmatibus vel in molliorem sensum mitigasse, vel ostentatione magis, & fastu venditasse, quam reapse credidissent.

SECTA ITALICA, SEU PYTHAGORICA.

Præter memoratas hactenus Philosophorum Sectas, quæ ex Socratis schola prodierunt, celeberrimæ etiam inter Græcos fuerunt *Italica*, *Eleatica*, *Pyrrhonica*, *Peripatetica*, *Epicurea*, & tandem *Eclectica*, de quibus modo loquendum. *Pythagoras* patria Samius 600. annos ante Christum natus, cum Ægyptum, Phæniciam, Persidem ediscendæ philosophiæ caussa peragrasset, & earum gentium Sapientes audivisset, redux in Magnam Græciam, seu eam Italiæ partem, quam Neapolitanum Regnum hodie nuncupamus, se se contulit; ibi Crotonæ subsistens philosophiæ scholam aperuit, & Sectam instituit *Italicam* ab Italia nuncupatam. De Physica, moribus, legibus disseruit, diu noctuque docens. Unius Pythagoræ auctoritas pro indubiæ veritatis nota a discipulis habebatur; quibus proinde satis illud erat ad extorquendam fidem, *Magister dixit*. Per integrum quinquennium religiose silentium observabant. Palmaris Pythagoræ, & ejus Sectæ error fuit *Metempsicosis*, seu animarum ab aliis ad alia corpora transmigratio: quam etiamnum per totam Indiam Brachmanes tradunt. Plurimis ante Pythagoram sæculis orientalium nationum doctores animarum transmigrationem tenebant. Primus, quem sciamus, hujus erroris auctor fuit famosus ille Indianus *Go* numerosissimæ Bonzorum Sectæ parens, atque idolum, quem ante Christianam æram in India orientali natum, innumeræ hodie Indiarum gentes, & integræ nationes, magna Japonum, & Sinarum pars adorat. Rem omnem ex Si-

Sinarum fastis, Japonum, & Brachmanum monumentis edocemur. Cum Brachmanes inviserit atque audiverit Pythagoras; orientalem in Europam secum adduxit dogma, quod nonnisi ex ipso notum Pythagorica transmigratio fuit nuncupatum. Scholam Italicam prope annos ante Christum 560. instituit Pythagoras, illustresque habuit successores & discipulos, inter quos præcipue commendantur *Alcmæon* Crotoniata, qui primus Physicam scripsit, *Epicharmus* ex insula Coo, *Zamolxis* ex Thracia Pythagoræ servus, *Zaleucus* Locrensis, & Patriæ Legislator, *Charondas* Catanensis, *Milo* Crotoniata; & celeberrimus Athleta, *Abaris* Scytha, *Astræus* Pythagoræ Servus, *Aristæus* Crotoniata, *Theano* Crotoniata Aristhæi filia, Pythagoræ Conjux, quem & audivit, & defunctum in Schola etiam excepit, *Mnesarchus* Pythagoræ ex *Theano* filius, & successor; *Thelauges* Pythagoræ etiam ex Theano filius, & successor, Empedoclis præceptor, *Bulagoras*, cujus ætate Crotonam diruptam fuisse traditur, *Tydas* Crotoniata. Scholæ etiam præfuit quidam ignoti nominis Philosophus patria Lucanus, cui tandem successit *Diodorus* Aspendius ultimus Sectæ professor. Insignes etiam Pythagorici fuerunt, qui extra Pythagoræ Scholam illius doctrinam docuere; inter quos numerantur *Empedocles* Agrigentinus; *Architas* Tarentinus, *Hippasus*, *Philolaus* Crotoniata, *Eudoxius* Gnidius, *Timæus* Locrus, *Ocelus* Lucanus, *Aristarchus* Samius.

Præter celebrem illam animarum *metempsicosim* docuit *Pythagoras*, animas esse immortales; Deum esse unicum, simplicissimum, immortalem, & invisibilem. Ipsius etiam providentiam agnovit, & non obscure adumbravit. Hæc & plura alia Deum, Animas, & Religionem spectantia, quæ Hebræorum doctrinam sapiunt, in *Pythagoræ* doctrina adnotarunt SS. Patres. Et cum aliunde constet, eum Philosophum Phæniciæ substitisse, atque ejus gentis sapientes (immo & Prophetas addit *Jamblichus*) audivisse; fieri vix potest, quin *Hierosolymam*, viciniſſimam scilicet, atque celeberrimam civitatem, & Hebræos adiret, atque consuleret.

Quæ vero fuerint *Pythagoræ* opiniones circa alias Philosophiæ, & Physicæ potissimum partes, si *Pythagoricum*, hoc est, *Copernicanum* de telluris motu

systema excipias, non satis constat; cum viva tantummodo voce doceret, nihil vero posteris scriptum reliquerit.

ELEATICA.

Eleatica Secta originem suam a *Xenophane* Colophonio, nomen vero a *Parmenide*, & *Zenone* Eleatensibus accepit: hi enim cum Eleam, Asiæ minoris Civitatem, patriam haberent communem, & eamdem Scholam successive gubernarent; patrium illi nomen imposuerunt. Xenophanes porro & Pythagoram, & Homerum, & Deos irridebat, Deum quemdam materialem, & æternum sibi fingebat, & propugnabat, quem figura Sphærica prædirum esse affirmavit; seu potius Deum cum universo Mundo confundebat: eoque pacto impium *Benedicti Spinosæ* errorem præcinuit. Xenophanis Sectam, & doctrinam secuti sunt, & illustrarunt *Parmenides* Eleates, qui ligata oratione Philosophiam conscripsit, magistrum in pluribus deseruit, & Solem frigidum esse deliravit; *Heraclitus* Ephesius, *Zeno* Eleates, qui circa annum 460. floruit, plures adstruebat mundos, & linguam sibi dentibus conscidit, ne sceleris sui socios manifestare posset, aut cogeretur; *Melissus* Samius, *Leucippus* Eleates Zenonis discipulus, nullum universo mundo limitem esse autumans, ipsumque mundum infinitum, seu potius infinitos existere contendens; *Democritus* Milesius, seu ut alii volunt, Abderita, amplissimum patrimonium in scientiis comparandis impendit, de omni fere naturali Philosophia subtiliter, & docte disputavit: infinitos etiam mundos statuebat, & cum identidem genii ratione jocaretur, de omnibus & semper ridere videbatur; oculos sibi demum in extrema senectute eruisse fertur, ut animo minus distracto res physicas melius contemplaretur. Quo nomine hæc & non dissimilia alia plurium Philosophorum græcorum facta nuncupanda sint, facile unusquisque videat. Post Democritum nominandi veniunt, *Pythagoras* Abderita, *Metrodorus* Chius, *Diogenes* Smyrnæus, & *Anaxarchus* Abderita, quo paulo post Alexandri mortem occiso, Eleatica Schola extincta fuit.

PYR-

PYRRHONICA.

Pyrrhonici Philosophi eo de capite celebres, quod singulare hoc, & characteristicum dogma, *de omnibus dubitandum* proprium sibi adstruerent, & religiose tenerent, auctorem & scholæ principem habuere *Pyrrhonem* Anaxarchi discipulum, qui Sectæ & nomen, & principium dedit circa annum 300 ante Christum. Dogma illud *de omnibus dubitandum*, quod absolute, & generaliter prolatum, & assertum impium est, mitius interpretantur aliqui; quasi scilicet Pyrrhonici de omnibus disputandum affirmarent. Ut ut res sit, numerosam, & celebrem discipulorum, & professorum manum habuit Pyrrhonica Schola; licet non parum invidiæ iis Philosophis concitaret characteristicum Sectæ dogma. Celebriores fuere *Timon* Phliasius, *Philo* Atheniensis, *Hecaton* Abderita, *Eurilochus* Nausisphanes, *Ptolomæus* Cyrænaicus Dioscoridis Magister, *Euphranor* Seleuciensis, *Eubulus* Alexandrinus, *Ptolomæus* alter, *Heraclides* illius auditor, *Enæsidemus* Gnosius, *Zeusippus*, *Zeuxis*, *Antiochus* Laodicænus, *Menodotus* Nicomediensis Medicus, *Empyricus*, *Herodotus* Tharsensis, *Sextus* cognomento *Empyricus* patria Alexandrinus, *Saturninus* denique ultimus ejus scholæ professor.

Licet autem præcipuum illud *Pyrrhonicorum* Dogma *de omnibus dubitandum* idem in speciem esse videatur, quod Academici olim propugnarunt, immo & *Des Cartes* nostris hisce temporibus methodi solummodo gratia ex parte renovavit; reapse tamen magnum inter eos Philosophos discrimen intercedit. *Cartesius* enim, ut suo loco dicemus, tamquam hypothesim solummodo, & methodi caussa hujusmodi principium *de omnibus dubitandum* ad tempus Philosopho inculcat, quin illud, ut thesim tueatur. Academici opiniones alias aliis esse probabiliores; & verisimiliores admittebant, ut jam diximus.

Pyrrhonici contra statuebant, *primo*, omnia esse & dubia, & æqualiter dubia: *Secundo*, mentem humanam de nullis omnino rebus, sed de rerum solummodo apparentiis judicium ferre; cum enim, inquiebant, ope sensuum ideas acquiramus, & judicia nostra eliciamus; sensus autem non quid objecta in se ipsis

ipsis sint, sed tantum quid nobis appareant, menti exhibeant; nullam de objecto aliquo absolutam cognitionem, sed relativam tantummodo ad sensus nostros, & ad alia objecta, quibuscum comparantur, habere possumus.

Etsi absurdus hic, si quis alius, atque intolerabilis error sit, suos tamen habet nostra etiam ætate sectatores.

EPICUREA.

Nulli fortassis in tota antiquitate exciterunt Philosophi, qui in rebus Physicis explicandis, & promovendis palmam Epicureis eriperent, ut ex collatis inter se veterum Philosophorum operibus, fragmentis, & testimoniis facile inferri potest. Sectæ nomen dedit *Epicurus* patria Atheniensis, Epicureorum princeps, & acerrimi ingenii vir, annis fere 300 ante Christum. Epicurei tanquam Mechanici antiquitatis Philosophi haberi possunt; idque censeri debet proprius scholæ character; principiis enim mechanicis Physicam explicabant, & naturalia corpora componebant. Impia tamen dogmata, quæ profitebantur, invidiosum scholæ, ejusque Principi Epicuro nomen fecerunt; nullum enim esse Deum, sed omnia fato dirigi; humanam Beatitudinem in sensuum delectationibus consistere adstruebant; atomos (communia rerum apud Epicureos elementa) æternas esse, & semper agitatas; mundumque ex fortuito atomorum concursu fuisse conflatum, identidemque eadem de caussa periturum, & renovandum asserebant.

Porro *Corpuscularis* hæc, *Atomistica*, aut *Mechanica* philosophia (singulis enim hisce nominibus nuncupatur) longe est *Epicuro* antiquior: Primus enim illius auctor posteritati notus, *Moschus* existimatur; homo quidem Phœnicius, qui ante bellum Trojanum floruit, & *Atomos*, seu prima, ac imperfectissima corpuscularis philosophiæ fundamenta docuit, aut historice tradidit. A Phœnicio homine (quem aliqui *Moysem* fuisse autumant) corpuscularem philosophiam post aliquot sæcula acceperunt, & primi inter Græcos professi sunt *Leucippus*, & *Democritus*; quorum postremus, ut erat homo acerrimi ingenii, atque a natura ipsa ad philosophandum comparatus, doctrinam quam didicerat, magnopere promovit.

Epi-

Epicurus tamen acceptam a *Democrito* philosophiam adeo illustravit, eoque nova rerum explicatione, & accessionibus perduxit, ut ab omnibus deinceps sectæ princeps renunciaretur. Duo illa impia dogmata, quæ retulimus circa *fatum*, & *beatitudinem* in sensuum voluptatibus positam, *Epicuro* plures adjudicant; *Tullius* tamen, *Diogenes Laertius* de Philosophorum sectis eruditissimi illum ab injuria, & assectis dogmatibus vindicant. Iis enim auctoribus, Deum non tollebat *Epicurus*; sed in suamet otiositate beatum res humanas non curare existimabat, & providentiam negabat: summum præterea hominis naturale bonum non in sensuum voluptatibus, sed in perfecta animi tranquillitate, & gaudio nullo passionis tumultu perturbato constituebat.

Verum inter *Epicuri* Discipulos alii fuerunt, *molliores Epicuristæ* idcirco nuncupati, qui duo illa relata, & impia dogmata sustinebant; unde invidiosum magistro, & universæ sectæ creatum est nomen; dum interim alia Epicureorum pars, *qui rigidi Epicuristæ* nuncupabantur, ad genuinum Magistri sensum philosopharentur. *Epicuri* doctrinam versibus elegantissime scriptam Romanis tradidit *Lucretius*, cum primis Epicuristis numerandus.

Epicuri Sectam professi sunt *Colotes* Lampsacenus, *Metrodorus* Atheniensis, vel ut Straboni placet, Lampsacenus, *Polianus* Lampsaco similiter natus, *Hermachus* Mytilenæus, quem Epicurus successorem in schola destinavit, *Polystratus*, *Dionysius*, *Basilides*, *Protarchus*, *Demetrius* Lacon, *Diogenes* Tarsensis postremus scholæ professor circa annum 63 ante Christum. Inter Epicureos etiam recensentur, & magnopere celebrantur *Diogenes* Seleucensis, *Lysias*, *Zeno* Sidonius, & alii plurimi.

PERIPATETICA.

Ad peripateticam demum scholam postremis Sæculis in Europa celeberrimam devenimus. Eam circa annos 330 ante Christum Athenis instituit *Aristoteles* Philosophus præclarus, Stagyræ ignobili Thraciæ oppido natus, Platonis per 20 annos auditor. Peripatetica, seu *Deambulatoria* inde dicta fuit, quod hujusmodi Philosophi in *Lycæo* quodam, seu porticu

Athenarum deambulando docerent. Aristoteles utique acutissimi ingenii vir, Logicam inprimis magnopere coluit, & in meliorem formam, quam antea habebat, redegit. De singulis Philosophiæ naturalis partibus plurima disseruit. *Alexandrum Magnum* habuit discipulum, & in illius mortem conspirasse traditur. Illi præterea communiter vitio vertitur, quod Platonem Magistrum suum inurbane omnino, & ingratissime tractaverit; quod illius sententias infideliter exponeret, ut facilius impugnaret; & quod omnes etiam antiquos Philosophos, eorumque scripta, & doctrinas plus æquo carperet.

De locis Rhetoricis optime scripsit: Artem etiam Poeticam nobis reliquit æque brevem, & mirabilem, licet Poeta nunquam extiterit, neque causas oraverit. Quamplurima quoque in Politicorum Libris legimus, quæ merito commendantur. De Libris tamen Physicis, & reliquis, in quibus hominis philosophiam ediscimus, longe diversum ferendum esse judicium, ii non negabunt, qui octo libros φυσικῆς ἀκροάσεως de physico auditu, & quatuor περὶ Οὐρανοῦ de cælo, in quibus totum illius systema præcipue continetur, attente legerint: si *Averroem*, & nonnullos alios Scholasticos audiamus, *Aristotelem* suspicere debemus, tamquam humanæ subtilitatis miraculum, ipsissimum naturæ *genium*, & quoddam *non plus ultra* humanæ speciei. Qui tamen per id temporis ita *Aristotelem* prædicaret, surdis caneret, & cachinnos moveret.

Mundus ab *Aristotele* ponitur æternus; vacuum impossibile saltem naturaliter: Mundus ab nostro distinctus omnino impossibilis; Horror vacui, quasi vera caussa, & naturæ genius: præterea innumeræ qualitates, formæ virtutes ubique inducuntur. Quare illud erat peripateticæ scholæ character secundum antiquam præcipue Arabum methodum, omnia fere Physicæ arcana, & phænomena generalibus virtutum, qualitatum, & productionum nominibus exponere; mechanicas vero caussas, & explicandi modum rejicere: nihil igitur mirum, si genuinas effectuum naturalium caussas, quæ mechanicæ sunt, non explicabant. Sectæ professores, vel præcipui Aristotelis discipuli numerantur *Eudemus* Rhodius, *Clearchus* Solensis, *Aristoxenus* Tarentinus, *Callisthenes*

nes

nes Olynthius, *Calippus* Atheniensis, *Heraclides* Ponticus, *Dicæarchus* Menanensis, Orator, & Geometra; *Theophrastus* Eressius Aristotelis auditor, & in schola successor, omnium Philosophorum elegantissimus, & eruditissimus, ait Cicero; duo discipulorum millia aliquando numeravit, & inter eos fuere *Demetrius Phalereus*, *Strato* Lampsacenus magnopere a Laertio commendatus, Theophrasti successor, & *Ptolomæi Philadelphi* magister: *Lyco* Troade natus, & scholæ per 40 & amplius annos præses, & moderator; *Aristo* Ceus, *Critolaus* Phaselides, qui ad annum 110 ante Christum natum vitam produxit, in eoque peripatetica schola finem habuit; *Diodorus* enim, quem aliqui Critolao successisse scribunt, juxta Ciceronem dici vere peripateticus non potest. Aristotelis igitur Philosophia per mille, & amplius annos quasi obliterata, & sepulta jacuit, quoad Arabes, *Averroes* potissimum, & *Avicenna*, Mahometani homines, eam colere cœperunt, & in Hispaniam, ut statim dicemus, introduxerunt.

Antiquam ego peripateticam scholam paucis hic indicatam intelligo, qualis ab Aristotele ad Critolaum inter Græcos, ab Arabibus vero usque ad philosophiæ instaurationem elapso proxime sæculo facta extitit. Idearum obscuritas, atque inutilitas, linguæ barbaries, ineptæ subtilitates, quæstiones, atque argumenta inutilia, ab otiosa mente conficta maximum efficiunt ejus philosophiæ corpus. De recentiori peripatetismo inferius erit dicendi locus.

ECLECTICI.

Eclecticam tandem, seu *Electivam* philosophiam recensitis scholis tempore quidem posteriorem, dignitate tamen, sentiendi dicendique libertate præstantiorem Alexandriæ instituit *Potamon* Alexandrinus secundo reparationis nostræ sæculo. Hæc philosophandi Methodus ultra *Justiniani* Imperatoris ætatem producta non fuit: illius a cæteris omnibus quasi criterium est, *in nullius sectæ, philosophi, aut hominis verba jurare*; libertatem mentis, seu opinionum semper habere, & veritatem in cujuslibet philosophi libris repertam amplecti. Hæc utique Secta, seu potius libere philosophandi methodus, quæ tamquam libera phi-

losophorum republica haberi potest, plurimis sæculis oblivione sepulta, nostris tandem temporibus rediviva, & in scenam iterum producta magno habetur in pretio: in eamque præcipui totius Europæ philosophi, desertis Atomistarum, Cartesii, & Nevvtonianorum castris, sensim adscribuntur. Omnibus scilicet jam innotuit, nihil assequendæ, & tradendæ veritati magis officere, quam hausta a pueris scholæ alicujus præjudicia; nihil magis prodesse, quam sentiendi, ratiocinandi, atque loquendi libertas. Post Potamonem scholæ principem liberam hanc philosophiam docuerunt *Ammonius* Alexandrinus ad finem usque secundi sæculi, qui Christianam fidem amplexus est; *Plotinus* Ammonii auditor, ad annum usque 270 post Christi nativitatem vivens, & philosophiam docens; *Herennius*, *Origenes* (non ille quidem Adamantinus secundo sæculo celeberrimus) *Porphyrius* Tyro oriundus, Judaicæ primum Christianæ postea Religionis desertor; *Jamblichus* Constantini Magni tempore; *Ædesius* Cappadox, Juliani Apostatæ præceptor; *Sopater* Syrus; *Serynus* Alexandrinus, qui ab Arcadio usque ad Valentiniani secundi tempora floruit; *Chrysantius* Sardianus; *Eunapius*, post Theodosii Magni imperium vitam agens; *Proclus* Mathematicus Lyciæ natus, qui ad annum usque 487 floruit: Proclo successit Athenis, quo perducta fuerat Schola, *Marinus*, & postea *Hegias*, *Isidorus*, tandemque *Damascius* postremus Eclecticæ scholæ professor patria Damascenus, & sub Justiniani imperio vita functus.

Relati hucusque Philosophi, Eclecticæ scholæ Sectatores, ii sunt, qui inter Græcos, quamdiu schola stetit, Eclecticam hanc doctrinam, atque philosophandi methodum publice docuerunt, majorique plausu profitebantur. Plurimi tamen alii extiterunt philosophi non inter Græcos modo, sed inter Romanos etiam, atque alias gentes, cum ante, tum etiam post relata tempora, qui amabilem hanc philosophandi libertatem omnium sectarum jugo, atque philosophorum nominibus longe præferrent. Quin immo eo res aliquando devenit, ut Eclectica philosophia, doctiorum hominum Doctrina existimaretur.

Notissimum enimvero est familiare illud Platonis dictum *Amicus Socrates, sed magis amica veritas*; quod

quod postea pari etiam jure in *Platonem* usurpabat *Aristoteles*, unde vulgare proverbium ad nos usque fuit transmissum. Nemo fere jam ignorat, nihil familiarius dictitasse *Platonem*, quam, *non se hominis, sed rationis solummodo auctoritate duci*: in quem etiam sensum aliquibus post *Platonem* sæculis scribebat inter Romanos *Tullius*, *non tam auctores in disputando, quam rationis momenta quærenda esse*, licet alias inter Academicos recenseretur. Cum ego hæc, & similia apud Romanos Scriptores passim lego, in eam sententiam facile adducor, eos etiam philosophos, qui sectæ alicui nomen dederant, magnam saltem partem Horatianum illud probasse, *Nullius addictus jurare in verba magistri*.

Equidem egregius ille Stoicus *Seneca* de se ipso affirmabat, *Quod fieri in Senatu solet*, inquit, *faciendum ego in Philosophia quoque existimo. Cum censuit aliquis, quod ex parte mihi placet, jubeo illum dividere sententiam, & sequor*. Inter ipsos etiam Ecclesiæ PP. non pauci fuerunt, qui hanc unam philosophandi rationem probarent, inter quos potissimum numerantur *Origenes*, *D. Clemens* Alexandrinus, atque omnium disertissime *Lactantius*. *Docemus*, inquit, *nullam sectam fuisse tam deviam, nec Philosophorum quemquam tam inanem, qui non videret aliquid ex vero. Sed dum contradicendi studio insaniunt... non tantum illis veritas elapsa est, quam se quærere simulabant, sed ipsi etiam suo vitio perdiderunt. Quod si extitisset aliquis, qui veritatem sparsam per singulos, per sectasque diffusam colligeret in unum, ac redigeret in corpus, is profecto non dissentiret a nobis*.

Hæc, & alia, quæ eodem in loco late prosequitur *Lactantius* (*a*), & confirmat Augustinus (*b*), luculenter ostendunt, quam merito hanc etiam philosophandi libertatem nos amemus, & semper tenere instituamus.

Veteres hucusque philosophiæ, atque philosophorum sectas enumeravimus, quæ in græcia potissimum extiterunt, & ab hominibus græcis institutæ, ac

(a) *Instit. lib. 7. cap. 7.*
(b) *Confessionum lib. 3. cap. 4.*

ac illustratæ sunt. Omnes illæ philosophorum scholæ lapsu temporis, atque naturali humanarum rerum conditione interierunt: aliquæ tamen post plurima exacta sæcula in lucem iterum prodiere ab antiquis cineribus redivivæ, ut peripatetica, atque Epicurea. In aliarum locum alia etiam nostra hac ætate felicioribus auspiciis a recentioribus positæ sunt, Cartesiana, Newtoniana, Experimentalis, de quibus modo dilleremus.

PERIPATETICA RECENTIOR.

Philosophiam peripateticam recentiorem, quæ a decimo tertio ad medium sæculum decimum septimum scholas omnes tyrannice tenuit, ab antiqua Aristotelis philosophia non parum differre necesse est. Cum enim scriptos Aristotelis Codices ad *Theophrastum* primo, deinde ad *Neleum* Theophrasti discipulum delatos Rex Pergami undique studiose conquireret, ut in Regia Bibliotheca Pergami ab ipso Rege instructa deponeret; eos sub terra condiderunt Nelei hæredes, ne a Rege deprehensi Pergamum deferrentur. Postquam autem sub terra per centum, & triginta annos delituissent, inde tandem eruti in *Apelliconis* manus venerunt. Cum vero temporis diuturnitate, & injuriis, locique humiditate plurima essent obliterata, lacunæque propterea plurimæ irrepsissent, quibus & textus, & verba, & sensus intelligi omnino non poterant; ea omnia ex arbitrio suo supplevit, & adjecit *Apellico*; unde factum est, ut mira Aristotelis in textus obscuritas derivaretur, infinitisque propemodum locis alius plane sensus tribueretur, quam antea habebant. Plurima etiam addita & immutata sunt *Tiranionis* Grammatici, & *Andronici* opera, ad quorum manus codices illi tandem pervenerunt: ut nihil dicam de plurimis aliis mutationibus, quas in Aristotelis scripta irrepsisse necesse fuit, dum ab imperitis hominibus transcriberentur. Atque hæc quidem circa Aristotelis scripta communiter dicuntur, atque a recentioribus etiam criticis tenentur. Horum ego vadem me esse nolim. Unicum in tota græcia-eorum operum fuisse illa tempestate exemplar? A discipulorum nemine in magistri verba jurantium, illumque ad cælum usque efferentium fuisse transcri-

ſcripta? At hæc in licæo dictabantur: magiſtri ſaltem ſententias, atque ſenſum antiqui illi Peripatetici Athenienſes tenebant: magiſtri opiniones in ſchola audiebant, diſputabant, ſcribebant, alii alios docebant. A nullo igitur græcorum peripateticorum depravata ſcripta animadverti, cum aliis exemplaribus conferri, errores corrigi, lacunas reſtitui? Utcunque rem illam ſtatuas, Ariſtotelis nomini, atque exiſtimationi conſulere videntur, qui relatam illam codicum viciſſitudinem aſſeruerunt. Ariſtotelis ſcripta eo, quo modo ſunt, ſtatu adeo ſunt obſcura, involuta, inutilibus rebus, falſis ſententiis referta, ut bene de illo philoſopho mereri videatur, qui relata vitia ab alia, quam ab Ariſtotelis manu, atque mente deſcendere affirmet.

Sed integro hoc argumento lectoris criticæ tranſmiſſo, apertum illud eſt, S. Thomam, alioſque peripateticos Chriſtianos bene multa in Ariſtotele caſtigaſſe, quæ cum fide Chriſtiana non conveniebant, manifeſtoſque errores, & impietatem redolebant. Præterea, ut erat Arabum, & Scholaſticorum indoles ſubtilitatum plus æquo amantiſſima, Phyſicam Ariſtotelis, vitiatam eam quidem, depravatam, mendis ubique ſcatentem, in qua omnia obſcuris, & generalibus verbis explicabantur, novis ſubtilitatibus, & chimæris implevere, & ita jejune tractabant, ut Phyſica in Phyſica deſideraretur; nihilque fere e Scholis niſi novum, & barbarum dicendi genus reportaremus. Fatendum tamen eſt, aliquos eorum, qui modo ſuperſunt, peripateticos ad tria ſolummodo capita peripatiſmum reducere; 1.o Animas ſcilicet ſubſtantiales diſtinctas a materia, quas in omnibus animalibus agnoſcunt; 2.o Unam vel alteram qualitatem materialem a materia etiam diſtinctam; 3.o Veram rerum ſeu effectuum productionem a cauſſis naturalibus factam. Veram in corporibus, reliquiſque cauſſis creatis nova entia, novas ſubſtantias efficiendi, factas iterum deſtruendi, atque in nihilum reducendi energiam, & virtutem adſtruunt. Formas ſubſtantiales in compoſitis etiam inanimatis negare vix audent. Totam hujus ſyſtematis medullam diſtinctius explicatam in primo generalis phyſicæ volumine habes. In reliquis omnibus Principem ſuum deſeruere, neque Matheſi, neque experimen-

 tis,

tis, neque, ut verbo dicam, promovendæ physicæ laboribus parcunt.

Neque aliud ab ingeniosis, & religiosis hominibus, quales ut plurimum hodie Scholastici sunt, in tanto experimentorum, & scientiarum lumine fieri poterat. Ex una enim parte certissima Christianorum dogmatum veritas *Aristotelem* in quamplurimos errores lapsum demonstrat, ut obiter in totius operis decursu annotabimus: ex alia vero innumera experimenta physica circa ignem, aquam, descensum gravium, vacuum, corporis humani structuram, & mille alia corpora, & corporum status instituta antiquas Arabum, & *Aristotelis* opiniones physicas convellunt. Deinde cum fastidiosis, & delicatioris ingenii hominibus hodie agimus: obscuritatem tantummodo rebus revelatis, religioni, dogmati, altaribus condonant; in scientiis vero naturalibus generalia vocabula, & caussas non intelligibiles ferre omnino non possunt.

PHILOSOPHIA CARTESIANA.

Renatus Des Cartes nobilis Eques Gallus, & solertissimi ingenii vir Hagæ Turonum anno 1596. natus, & Holmiæ in Suecia anno 1650. vita functus, primus fuit, qui sublato libertatis vexillo tyrannicum ingeniorum jugum, quo integra philosophorum natio a tribus aut quatuor Sæculis premebatur, excussit, miserandamque Arabicæ philosophiæ faciem immutare aggressus est. Novum igitur philosophandi modum, novas regulas, & methodum excogitavit. Rejectis metaphysicis principiis, & generalibus virtutum, & qualitatum vocabulis, quibus antea philosophi omnia significabant, licet nihil explicarent, mechanica, hoc est, physica, vera, & simplicissima principia, motum, seu impulsionem, quietem, & figuram; seu *materiam*, *figuram*, & *motum* substituit: iisque tribus omnem universi fabricam explicare, & si fas est dicere, creare est aggressus. Physicam non in abstractis Arabum ideis, plantasmatibus, & inanibus figmentis, ut fieri antea solebat, sed in natura ipsa experimentis, & observationibus quærendam esse docuit. Porro Cartesius, & Cartesiani caussas prius exponunt, & ad libitum quandoque suum statuunt, ab iisque prius notis ad effectus inde deducendos, & expli-

plicandos descendunt: plures idcirco statuunt hypotheses, ut naturalia phænomena, & integram mundi machinam inde explicent: seu potius observatis prius aliquot alicujus caussæ effectibus, hanc caussam in tribus notissimis principiis mechanicis supra positis quærunt; & ex caussa eo pacto absolute nota, aut aliquando per hypothesim assumpta, & scrupulose examinata omnes effectus & phænomena naturalia deducunt, & explicant: idque est peculiaris philosophiæ Cartesianæ character, & methodus, atque a Nevvtoniana methodo discrimen. Experimenta igitur instituunt Cartesiani, & phænomena perpendunt, ut caussas mechanicas recte statuant, aut ponant, & cum caussis positis deinceps conferant. Cartesium, ejusque discipulos, & doctrinam acerrime impugnarunt peripatetici. Universalis illa scholarum, atque ingeniorum pacifica, atque diuturna tyrannis citra pulverem excuti non poterat. In litterario bello injuriæ, & calumniæ sanguinis seu vulnerum loco sunt: maxima earum vis in Cartesium fuit conjecta: hæreticum, impium, Atheistam urbane hominem salutabant. Hujusmodi tamen atræ bilis evaporationes in fumum abierunt, & in calumniantium dedecus, atque ignominiam, ut fieri semper solet, merito fuerunt conversæ: dum interim Cartesiana philosophia, cum impugnatione ipsa firmius stabilita, & emendatior in dies evaderet, magnum sibi nomen, & fortunam in Republica Litteraria conciliavit. Cum tamen ut humanarum rerum fert conditio, non pauci errores in Cartesio, sedatis jam primis animorum, & disputationum motibus, deprehenderentur: inde factum est, ut Cartesiani quidem sint plurimi, nullus tamen Cartesium scrupulose in singulis tueatur. Id citra dubium est, Cartesio nos plurima debere, eumque primum philosophiæ, & bonarum artium instauratorem jure merito haberi. Cartesium secuti inprimis sunt *Mersenus*, *Huighens*, *Regis*, *Rohault*, *Malebranche*, *Regnault*, & alii quamplurimi, & præclari nominis philosophi.

Cartesiani systematis summam ab eo quem statim inter Cartesium, & Nevvtonum parallelismum notabimus, a fusiori totius rei expositione in primo physicæ generalis volumine, & a rebus tandem per totam physicam tradendis, prout argumenta, & locus

exi-

exigant, penitius intelliges. Interim hæc habe: secundum Cartesium nullæ in rebus sunt substantiales formæ corporum, nullæ in animalibus brutis animæ: nullæ qualitates occultæ, aut accidentia physica ab omni substantia reapse distincta: nihil rei de novo efficiunt, aut destruunt caussæ secundæ, quantumvis mille passim effectus producant: hic adspectabilis mundus, omnia corpora, eorumque phænomena, vires, effectus tribus hisce mechanicis, atque certis principiis *materia*, *figura*, *motu* explicantur, peraguntur, constant.

ATOMISTÆ, SEU GASSENDISTÆ.

Atomorum doctrina, & Atomistæ non tam novum aliquod censendum est nostræ ætatis inventum, quam veteris, & obliteratæ doctrinæ instauratio, & in pluribus reformatio. Cum plurima essent in Epicuro, Græco scilicet, & veteri philosopho, optime excogitata, utilia, & veritati conformia; aliqua tamen impia dogmata iis essent interspersa, *Petrus Gassendus*, vir eruditus natus prope Diniam in Gallia anno 1592, & Parisiis anno 1655 mortuus Græcum Epicurum Latio donavit ab erroribus & impiis dogmatibus purgatum: plurima de suo penu adjecit; difficiliaque loca, & phænomena ex Epicuri principiis, insecabilibus scilicet atomis explicuit. Plurima Atomistis cum Cartesio communia sunt: in pluribus etiam differunt. Utraque philosophia *Mechanica* est, & dicitur; mechanicis enim principiis innititur, & mechanice omnia explicat; Cartesiana tamen hypothesis longe est ingeniosior, quam Epicurea: Atomistæ ex adverso in bene multis verius omnino, rationi & experientiæ conformius, quam Cartesius philosophantur. In hoc etiam fere conveniunt Cartesiani, & Atomistæ, quod plurimi sint, qui earum alteram probent, & tueantur doctrinam, rarus, aut nullus, qui in Gassendi, aut Cartesii verba juret, eosque scrupulose observet. Ad utramque etiam hanc philosophiam, utpote principiis mechanicis stabilitam, & phænomena naturalia secundum numerum, pondus & mensuram exponentem, non parum Geometriæ, & aliarum partium Matheseos requiritur. Ad magnam etiam Cartesii hypothesim circa primam uni-

universi originem capiendam non leviter in Astronomia instructum esse oportet.

NEWTONIANI;

Et discrimen inter Cartesii & Nevvtoni philosophiam.

Isaacus Nevvton nobilis Eques Anglus profundissimi ingenii vir, & Geometra plane egregius, qui anno 1642. in Anglia natus, Londini anno 1726. extremum diem obiit, peculiare etiam physicum hujusce mundi systema excogitavit Cartesiano penitus oppositum. Nevvton, & Nevvtoniani plurimi Atomorum doctrinam probant, & amplectuntur: aliquibus tamen in locis non pauca ex suo addunt, aut aperte corrigunt, prout ratio, aut experimenta id suadere videntur. Rem ipsam per totam physicam animadvertes. Quod hujus systematis peculiare est, ad quædam generalia capita, modo indicanda reducitur: cætera omnia iis philosophis sunt cum Atomistis fere communia. Universalis attractio non mechanica, quæ totius systematis fundamentum, & clavis existit, Kepleri cogitatum fuit. Nevvton Cartesio aperte æmulus in eo totus est, ut & alia methodo philosophetur, & hujusce mundi fabricam, & massam aliis omnino legibus, & caussis conditam esse, & conservari asserat, ac Cartesius adstruxerat. Cum igitur Cartesius eam teneat methodum, ut a caussis effectus, & phænomena naturalia deducat, ut superius exposuimus; Nevvton ex adverso totus est in effectuum & phænomenorum examine, ut ex iis tandem caussas, vel caussarum leges deducat. Uterque tamen per continuam & immediatam naturæ observationem, & corporum analysim philosophiam suam edisci, & doceri amat. Cum vero Cartesius caussas non temere, libere, aut vage, sed determinatas earum rerum, & universi, quod mente habebat, indagaret; ut ex iis melius rerum omnium, & mundi ipsius originem, genesim, & vicissitudines sponte deduceret; omnino patet, Cartesium methodum inversam, & directam adhibere; Nevvtonum tamen solam inversam amplecti. Cartesius materiam in infinitum divisibilem adstruit; Nevvton atomos statuit, aliqui tamen ejus discipuli Magistrum hac in parte de-

deferunt. Cartesius spatium vacuum reputavit impossibile; Nevvton necessarium, & existens: Cartesius sola materia & motu, hoc est, principiis mechanicis inde ortis, motu, quiete, figura universum Mundum, & omnia ejus phænomena construere, & explicare ausus est, & omnia in Mundo impulsione fieri pronuntiat, omnem aliunde materiam primitivam homogeneam statuens: Nevvton ex adverso materiam heterogeneam potius amat, & universali, mutuaque rerum omnium attractione totum Mundum conditum fuisse, & gubernari. Cartesius omnia spatia cælestia statuit plena; Nevvton vacua: Cartesius astra vorticibus innatantia, & ope impulsionis circumducta; Nevvton astra ipsa in vacuo ope attractionis universalis una cum projectione convolvi affirmat. Cartesius omnia corpora esse levia, seu centrifuga, Nevvton gravia, seu centripeta: Cartesius igitur gravitatem per externam impulsionem; Nevvton per attractionem explicat; eoque pacto plurima diversimode uterque adstruit, ut suis in locis dicemus. Illud inter alia vitio Nevvtonianis vertitur a quamplurimis, quod *occultas qualitates* e postliminio revocarent, & specioso attractionis vocabulo donarint; quod studio partium nimis indulgeant; quod non tam Physicam, quam Geometriam tradere videantur. Quid ad hæc Nevvtoniani, & præcipue ad qualitatum occultarum caput, suo loco videbimus, cum de attractione disputabimus. Bene multa sunt, quæ in utroque Systemate, in Cartesio, & Nevvtono probes, multa etiam, quæ rejicias, ut in hujusce operis decursu animadvertes. Nevvtonum tota Anglia, & non pauci aliarum gentium philosophi amplectuntur, inter quos numerantur multi, qui Nevvtonum non intelligunt, vixque ejus discipulos capiunt. Hæc inpræsentiarum breviter perstrinxisse sufficiat.

SYSTEMA LEIBNITIANUM.

Quod Nevvtono, ejusque Sectatoribus vitio communiter vertitur, eos nimirum occultas qualitates, & Metaphysicam Philosophiam e postliminio revocare cœpisse; id ipsum apertius exequuntur Leibnitiani. *Gottofredus Gulielmus Leibnitius* Philosophus Germa-

ma-

manus, vir quidem & in Geometria Nevvtono comparandus, & in aliis etiam scientiis longe eruditus, post editum Nevvtoni systema, quod non probavit, novam arripuit viam, ut adspectabilem Mundum explicaret: adeo verum est, Mundum a Deo hominum disputationi traditum fuisse. Cartesianos vortices adhibitis correctionibus tenet, ut suo loco videbimus. Scholasticorum praeterea methodum, & concinnitatem impense probat. Illius systematis summam, & fundamentalia capita paucis accipe: & quoniam suamet expositione rejicitur hæc doctrina, satis erit eam hoc loco exponere, ubi historici tantum munus ago. Adspectabilem hunc & universum Mundum ex solis *Monadibus* compositum esse statuit (*a*). *Monadum* autem nomine substantias quasdam simplices, indivisibiles, ingenerabiles, incorruptibiles, inextensas, non figuratas, neque ullum spatium occupantes intelligit, quæ & a Deo immediate fuerunt productæ, & vi quadam activa, seu energia donatæ. Quoniam autem Leibnitianis similitudo est identitas, omnes sunt dissimiles, neque dari poterunt duæ similes. Monades omnes in quatuor classes, seu genera distribuunt: ad primum genus eæ omnes spectant, ex quibus corpora singula componuntur: sunt istæ omnium imperfectissimæ, & præter vim motricem, qua præditæ sunt, universum non nisi confusissime repræsentant (*b*). In secundo genere, aut ordine eæ collocantur, quæ Mundum clare, sed parum tamen distincte exhibent, & repræsentant; ex iisque omnes brutorum animas esse contendunt. Tertius Monadum ordo eas omnes, & solas comprehendit, in quarum singulis universum clare, & distincte repræsentatur; ad hujusmodi Monadum classem animæ humanæ pertinent. In quarto demum ordine una ponitur monas omnium aliarum perfectissima, quæ non mundum solummodo, sed omnia etiam possibilia videt, cognoscit, & repræsentat, eamque proinde Monadem dicunt Deum Optimum Maximum. Unde in qualibet Monade rerum omnium universitas, aut confuse, aut clare, aut distincte repræsentatur.

Si

(a) *Acta Lipsiensia supplem. t. 7. a pag. 500.*
(b) *Maupertuis tom. 2. lettre 7. Budeus hist. phil. c. 6. Volf. in cosmolog. sect. 2. c. 2.*

Si hos Philosophos audiamus, singulæ Monades ex propria vi, & energia in alias semper agere conantur: singulæ in singulas agunt, & ab omnibus in singulas agitur: ab iisque actionibus mutuis, impulsionibus, & repulsionibus Monades ipsæ secum ipsis consociantur, uniuntur, & quantumlibet indivisibiles existant, redduntur impenetrabiles: ab extrinseco solum mutantur, per additionem scilicet, qua aliis aliæ, velut litteræ litteris, adduntur. Similes, seu potius minus dissimiles Monades similia corpora componunt; a dissimilibus dissimilia constituuntur. *Minus dissimiles* dixi, neque enim Monadem Monadi, aut duas quascunque res perfecte similes admittunt. Similitudo secundum eorum Philosophorum sententiam est identitas: ubicunque igitur est distinctio, illic pariter dissimilitudinem agnoscunt. Ejus deinde sunt naturæ, ut in ipsis ultimæ rationes eorum omnium, quæ in mundo accidunt, contineantur; eaque lege inter se omnes connectuntur, ut alius semper ex alio sequatur status intra certum ordinem, & seriem mutationum, quæ in ipsis continentur. Quin immo licet innumeræ, & quasi infinitæ sint Monades, & atomi, utpote quæ universum mundum citra ullum vacuolum replent; adeo sunt inter se mutuo connexæ, eamque efficiunt harmoniam, ut si vel una pereat, aut perturbetur, totum universum perturbetur. *Præstabilitam harmoniam*, celeberrimum hujus Systematis paradoxon, ita explicant. Anima humana, inquiunt, ita est a Deo creata, ut ipsa per se, quin ab aliis caussis pendeat, perennem, & imperturbabilem in se suarum cognitionum, & appetitionum seriem efficiat: ita ut ex prima cognitione, & statu cætera omnia catenatim consequantur; in eaque ratio sufficiens omnium possibilium ejusdem seriei contineatur. Hæc humanæ mentis vis, & indoles universas orbis partes continua, & non interrupta cognitionum serie potest percipere, quin a corpore ullo modo dependeat, aut ullam ab eo impressionem accipiat: perindeque omnia percipit, ac si non esset corpus; corpore enim sublato, eodem modo se haberet anima, & easdem omnino cognitiones, ideas, & idearum, sensuumque series haberet, quas modo habet. Ex alia parte corpus humanum ita est comparatum, ut

pro-

propria vi motrice citra ullum externæ caussæ, atque animæ influxum, actionem, aut commercium omnes suas actiones efficiat, ad easque per seipsum determinetur, perinde ac si non esset anima, a qua minime dependet, neque affici, aut perturbari potest; cum in se ipso habeat suarum actionum rationem sufficientem: neque igitur corpus a mente, neque mens a corpore afficitur, impellitur, aut modificatur: hac illac movetur corpus, ambulat, currit, sedet, surgit, & cætera hujusmodi peragit, quin anima ad id concurrat, id advertat, aut cognoscat; eodemque pacto ea omnia efficerentur, licet abesset anima. Eorum philosophorum sententia anima & corpus duæ sunt veluti machinæ, horologia authomata nihil inter se commune habentia, aliud ab alio seorsim agens: suprema tamen Numinis providentia factum est, ita ab illo factæ, atque attemperatæ sunt duæ illæ machinæ, ut animi perceptiones, cognitiones, & voluntates in ea enascantur, cum respondentes passiones in corpore existunt, aut excitantur; ita ut non solum insimul existant, verum etiam aliæ ab aliis dirigi, excitari, & effici nobis videantur, quin tamen ullum sit inter corpus, & animam, illorumque actiones commercium: hæc, inquiunt, est *præstabilita* a Deo inter corpus & animam harmonia, licet se se invicem non agnoscant.

Hæc Leibnitianæ de rerum principiis doctrinæ summa, quam *Christianus VVolfius*, vir cæteroqui in Physicis, & Mathematicis rebus doctissimus, & plures alii Germani Scriptores magno partium studio amplectuntur, & propugnant. Hujusmodi systema ipsa sua propositione satis impugnatur. Late nos hæc omnia in Metaphysica versamur: quonam pacto præstabilita harmonia, & rationis sufficientis principium cum humana, atque divina libertate componatur, eo in loco examinamus. Acerrime ea de re decertatum est inter *Leibnitium* ex una parte, *Samuelem Clarke*, & *Nevvtonum* ex alia (a). Qui etiam suadere poterunt singulas hujus chartæ, calami, & attramenti particulas esse animas quasdam, in quarum singulis univer-

(a) *Vide Recueil des diverses pieces sur la philos. par Monf. Leibnits, Clarke &c. tom. 2.*

ELEMENTUM PRIMUM.

ELEMENTUM SECUNDUM.

DE-

ELEMENTUM TERTIUM.

D E-

ELE-

ELEMENTUM QUARTUM.

CO-

ELEMENTUM QUINTUM.

CO-

A P-

APPENDIX.

APPENDIX ALTERA.

PRO-

Finis Indicis Primæ Partis.

INDEX

Secundæ Partis Tomi Primi.

Finis Indicis Secundæ Partis Tomi Primi.

NOI

NOI RIFORMATORI

Dello Studio di Padova.

AVendo veduto per la Fede di Revisione, ed Approvazione del *P. F. Filippo Rosa Lanzi*, Inquisitor Generale del Santo Officio di Venezia, nel Libro intitolato, *Philosophia Libera, seu Eclectica, Rationalis, ac Mechanica Auctore P. Ig. Monteiro S. J.* &c. Stamp. non v' esser cosa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per Attestato del Segretario Nostro, niente contro Principi, e buoni costumi, concediamo Licenza ad *Antonio Zatta* Stampator di Venezia, che possi esser stampato, osservando gli ordini in materia di Stampe, e presentando le solite Copie alle Pubbliche Librarie di Venezia, e di Padova.

Dat. li 6. Febbraro 1771. M. V.

(Sebastian Justinian Rif.

(Alvise Vallaresso Rif.

(Francesco Morosini 2.do Cav. Proc. Rif.

Registrato in Libro a Carte 87. al Num. 721.

Daviddc Marchesini Segr.

Addì 15. Febbraro 1772.

Registrato al Magistrato contro la Bestemmia in libro a Carte 40.

Andrea Grattarol Segr.

CATALOGO

Di alcuni Libri usciti dalle Stampe di Antonio Zatta , *fino il di primo Gennaro* 1772. *Oltre un Copioso Assortimento d' altri Libri descritti in altro Maggior Catalogo.*

Paoli : Baj.

AYmar (R. P. F. Jo. Jacobi, M. Antiq. Observantiæ, Lectoris Jubilati) Exercitationes Theologico Morales de Actibus humanis, & peccatis juxta veriora Doctoris Subtilis principia, scholastica methodo ad usum studiosæ juventutis accommodatæ. in 4. 1761. *Paoli 6:*

—— Ejusdem Exercitationes Theologicæ de DEO ejusque attributis, juxta veriora Doctoris Subtilis principia, scholastica methodo ad usum studiosæ juventutis accommodatæ, variisque Dissertationibus tum ad Dogma, tum ad Historiam spectantibus illustratæ. in 4. 1764. 8:

Augustini (Antonii) Observationes de Stranguria quæ venerea dicitur, quod Mercurii aliquando esse possit effectus. in. 8. 1763. 1: 5

Augustini Observatio Morborum, qui ab anno 1747. usque ad annum 1757. grassati sunt. in 8. 1758. 1: 5

Antoine (P. Pauli Gabrielis, e S. J.) Theologia Moralis tum universa Notis, & Appendicibus spectantibus potissimum ad Sacros Christianorum Ritus, & Orientalis Ecclesiæ disciplinam : tractatus de Actibus Humanis, atque alius ad antiq., & novam Eccl. disciplinam circa librorum prohibitionem : adjecta insuper Appendice de damnata ab Ap. Sede Doctrina, & Propositionibus ; pridem amplificata a R. P. PHILIPPO de CARBONEANO Ord. Min. de Observantia Lect. Jub. nunc vero ad utiliorem Parochorum, & Confessariorum usum ; tum præsertim ad studiosam Juventutem plenius informandam generalibus summeque necessariis Facultatis Moralis Principiis, a R. P. BONAVENTURA STAIDEL Minorita Convent. Sac. Theol. Doct. aucta & illustrata ; copiosis Accessionibus, magna ex parte deprompsis ex geminis Scholarum & Ecclesiæ Doctoribus S. THOMA AQUIN. S. BONAVENTURA CARD. ex Pastore & Magistro Supremo BENEDICTO XIV. atque ex S. D. N. CLEMENTE XIII. Editio postrema absolutissima, in VI. Tomos distributa. In qua præter Additiones adhuc editas, ac tria Opuscula ex aureo de locis Theologicis libro *Melchioris Cani* aliisque insignioribus Auctoribus deprompta : nimirum. I. de usu S. Scripturæ in resolvendis Casibus Conscientiæ. II.

 de

de vero usu Conciliorum in iisdem resolvendis. III. de usu Iuris Canonici, & Civilis, & de vero usu Casuistarum; Disceptatio insuper Historica *de Lege Divina* exhibetur. in 4. t. 6. 1772. cum fig. quæ alludunt Tractatibus singulis, *sub prelo*. 18:

Azevedo, R. P. Emanuelis Sacrorum Rituum Consultoris, de Divino Officio & de Sacrosanctæ Missæ Sacrificio Exercitationes. Selectæ quæ ad Tractatum BENEDICTI XIV. de Missæ Sacrificio, & Festis, Appendicis loco haberi possunt, & in quibus plures etiam materiæ continentur jussu ejusdem SS. Pontificis pertractatæ, *sub prelo*.

Baluzii Stephani Tutelensis, Capitularia Regum Francorum in unum collecta, ad vetustissimos MS. Codices emendata, nunc primum edita, & notis illustrata. Accedunt Marculfi Monachi, & aliorum formulæ veteres, necnon doctissimorum virorum adnotationes. Fol vol. 2. juxta exemplar Parisiorum Francisci Moguet, Regis & Archiepiscopi Parisiensis Typographi, An. MDCLXXVII. Quibus accedit Tractatus *de Missis Dominicis* Francisci de Roye. *E' uscito il Tomo I. per Società*. 18:

Besange, P. Hieronymi, O. S. B; Introductio in Sacra IV Evangelia Critica Hermeneutico Historica, qua exhibetur, quidquid ex SS. Patrum, aliorumque eruditorum sententia ad genuinum literæ sensum eruendum facere videtur. 4. sub prelo.

Bianchini (Andreæ I. U. D. & in foro Venetiarum Ecclesiastico Advocati) De Reductione Missarum, Opus Episcopis, Vicariis, Advocatis, Parochis, Confessariis, ac Sacerdotibus quibuscumque tam sæcularibus, quam regularibus, omnibusque aliis, quibus incumbit Missarum onera implere perutile, atque necessarium. in 4. 1765. 3:

Chignoli (R P. Nicolai Aug.) Exercitationes ad Danielem Prophetam. In 4. 1762. 6:

Comœdiæ & Tragediæ selectæ ex *Plauto*, *Terentio*, & *Seneca* animadversionibus & interpretationibus illustratæ ad usum Scholarum. in 8. 1763. 3:

Conciliorum Sacrorum novæ & amplissima Collectio, in qua præter ea, quæ in præcedenti *Philippi Labbei* editione in lucem edita fuere, ea insuper omnia suis locis disposita exhibentur, quæ *R. P. Domin. Mansi Archiep. Lucens.* in sex Voluminibus Supplementorum Lucæ nuper evulgavit, Editio novissima ab eodem *P. Mansi*, aliisque eruditis viris curata, ad MSS. Codd. Vatican. Lucens. aliosque recensita & perfecta, Notisque, Dissertationibus & Monumentis quamplurimis locupletata. fol. 1760. ad 1771. Tom. I. II. III. IV. V. VI. VII. VIII IX. X. XI. XII. XIII. XIV. XV. & XVI, *in lucem jam prodierunt; singuli veneunt parata pecunia juxta novam Societatis legem*. 40

— *& insuper solvenda est prænumeratio unius Tomi*.

— Reli-

—— Reliqui Tomi usque ad complementum Operis, sub prælo.

S. Clementis (Alexandrini) Opera omnia, Græce & Latine, recognita, & illustrata a Joan. Potero: quibus insuper adjecta sunt in hac editione Fragmenta aliqua ex Fabricio, ac vita S. Patris, Monumentis præstantissimis exarata. fol. t. 2. 1757. 85:

—— Idem Opus Charta magna. 95:

—— Idem Opus impressum Charta maxima, ut vulgo dicitur Imperiali, cujus unicum exstat exemplar. 400:

S. Clementis Alexandrini Opera &c. a Joanne Potero cum codicibus universis collata & emendata. Accedunt Fragmenta a Fabricio collecta: necnon Index copiosissimus, & ejusdem Sancti Patris vita ex Baillet desumpta, & ex Gallico idiomate latine reddita. fol. 1767. 26:

Coronini Rudolfi Miscellaneorum tomus primus continens Irenæani Julianorum Diplomatis censuram; cui accessere syllabus Tergestinorum Antistitum, & appendix Documentorum Anecdot. cum Notis, & Indice locupletissimo Personarum Illustrium. fol. 1769. 11:

—— Ejusdem Tomus secundus, *sub prælo*.

S. Dionysii (Areopagitæ) Opera omnia, Græce & Latine. Commentariis & Adnotat. illustrata a P. Corderio: quibus superadditæ sunt in hac editione Dissertationes præviæ, variantes Lectiones, aliæque Accessiones potissimum ad rem facientes. fol. t. 2. 1755. 80:

—— Idem Opus impressum Chartæ maxima, atque ut ajunt Imperiali, cum amplissimis marginibus, cujus unicum exstat exemplar. 400:

Eusebii (Pamphili) Ecclesiasticæ Historiæ Libri X. ejusdem de vita Imp. Costantini Libri IV. quibus subjicitur Oratio Constantini ad Sanctos, & Panegiricus Eusebii. Henr. Valesius ex Græco textu collatis MSS. Codicibus emendato Latine vertit & annotationibus illustravit. Adjectæ sunt in hac editione observationes criticæ plurium eruditor. Viror. a Guillel. Reading collectæ; Henr. Valesii Dissertationes IV. & P. Petri Thomæ Cacciari Carmel. Præfatio ac Historica Dissertatio de Eusobiana Ruffini translatione, in 4 t. 3. 1763. 34:

Grammatica Regia seu Nova, & facilis ratio discendi linguæ Lat. præcepta, pro Christina Suecorum Regina Augusta, 12. 1770. 12

Leotardus (Honoratus) de Usuris & Contractibus Usurariis coercendis: Editio novissima, cui nunc primum adjectæ sunt pro foro Conscientiæ Dissertationes tres P. Francisci Zech, in quibus rigor moderatus Doctrinæ Pontificiæ Benedicti XIV. circa usuras demonstratur. in fol. 1761. 20:

Lizzari (Antonii) Binæ ex nonnullis rariores Morborum historiæ, in 8. 1761. 5

A 2 —— Ejus-

— Ejusdem animadversiones ad nonnulla Hippocratis loca ex Epidemiorum Libris decerpta spectantes. in 8. 1763. 1: 3
Monteiro (Ignatii S. J.) Philosophia libera, seu Eclectica Rationalis, & Mechanica sensuum, ad Lusitanæ juventutis institutionem accommodata. 1772. Editio *Secunda* ab Auctore correcta, & quamplurimis Additionibus aucta. 8. t. 9. *sub prelo*.
— Ejusdem, Logica, & Metaphysica. 8. t. 4. 14:
Museum Mazzuchelianum, seu Numismata virorum doctrina præstantium, quæ apud Jo: Mariam Comitem Mazzuchelum Brixiæ servantur, a Petro Antonio de Comitibus Gaetanis Brixiano Presbytero, & Patritio Romano edita, atque illustrata. Accedit inde versio Italica studio Equitis Cosimi Mei elaborata. Continet hoc perelegans ac sumptuosum opus 1200. circiter Numismata, totidemque Emblemata ex adverso respondentia, necnon Cælaturas 1400. circiter, ideoque Tabulis æneis 280. Finalibus 150. circiter constat. fol. fig. t. 2. 1763. 200:
Peregrini (M. Antonii) de Fideicommissis, cum Remissionibus & indice locupletissimo Gasparis Lonigii, cumque Observationibus & Additionibus quamplurimis Francisci Censalii. fol. t. 2. 1760. 26:
— Ejusdem Tomus secundus seorsim, continens Observationes & Additiones Francisci Censalii &c. fol. 1760. 6:
Præparatio ad Missam pro opportunitate Sacerdotis facienda. in 24. 1737. ven. : 2
de Roye, Franciscus, de Missis Dominicis, eorum Officio, & Potestate, ubi multa ad Ecclesiasticam, & Forensem Disciplinam. in 8. 1772. 5:
Rezzonico (Caroli) nunc Sanctissimi Domini nostri Clementis XIII. Decisiones Sacræ Rotæ Rom. Nuperrime ex originalibus depromptæ adjectis summariis, ac Indice conclusionum locupletissimo. fol. vol. 4. 60:
Rotarii (Thomæ Francisci) Apparatus Interrogationum & Responsionum pro Examine Clericorum ordinandorum. in 12. 1762. 1: 2
Stephani (Pauli J. U D. Sac. Theol. Professoris) de Supremo-Dogmaticis Episcoporum Judiciis Sanctæ Sedis Apostolicæ auctoritate opportune muniendis Theologico-Canonica dissertatio. Editio secunda. in 4. 1760. 4:
Tabulæ Wisthonianæ conspectus, cum Theorematibus ex Astronomia selectioribus, addito schemate æneo, in 8. charta vulgo Imperiali 1759. 4:
de Vita & Scriptis Ioannis *Dominici Mansi* Cong. Mat. Dei primum Clerici Regularis deinde Archiepiscopi Diœcesis Lucensis. in 4. carta gr. 1771. 8:
Weitenaver (P. Ignatii S. J.) Lexicon Biblicum, in quo explicantur Vulgatæ Vocabula, & Phrases quæcumque, quæ-

que propter Linguæ Hebraicæ Græcæque peregrinitatem injicere moram legenti possunt. Ad usum eorum omnium, qui absque magnorum voluminum ambagibus divinæ Scripturæ Textum & Contextum intelligere, & verbum Dei solide populo proponere desiderant. in 8. 1760. . . 41.
Upiani (Didymi) de Matrimonio jus tum Naturæ, tum canonicum quorum hoc ex illo scientiæ in modum nectitur, atque efficitur. in 4. t. 2. 1760. 72
—— de Usuris, Redditibus Vitalitiis, Censibus, Antichresi, Cambiis, Fenoribusque Trajectitiis juris Naturæ, quo cum minime dissentire jus positivum utrumque, Canonicum, & Civile ostenditur, Institutiones, quæ Mathematico more pertractantur. in 8. 1761. . . . 12
Zech (R. P. Francisci e S. J.) Dissertationes tres, in quibus rigor moderatus doctrinæ Pontificiæ circa usuras, a SS. D. N. Benedicto XIV. per epistolam encyclicam Episcopis Italiæ traditus exhibetur. Accedit Appendix doctrinæ moralis in easdem ex Libro ejusdem Pontificis de Synodo Diœcesana. 8. t. 2. 1767. 32

L' AUgusta Basilica Veneta dedicata a San Marco Evangelista Protettore della Città, e suo Dominio, descritta in tutte e ciascheduna delle sue parti, e delineata da Antonio Vicentini. Edizione magnifica con Finali, e Capo-pagine, in Rame in fol. Atlantico 1761. legata . . . . . . 80.
Ariosto, M. Lodovico, tutte le sue Opere arricchite di molte Illustrazioni, ed Aggiunte inedite. in 4. *sotto il torchio*.
—— *detto* (a parte) l'Orlando furioso alla più vera, e compita lezione ridotto coll'esatto confronto de' più accreditati originali a penna, e de' migliori Testi stampati diviso in Tomi IV. in 4. sulla stessa forma, e con la stessa Nobiltà con cui fu eseguita la stampa del Dante della mia Edizione, acciò possano questi Poemi andar del pari ambedue uniti. Dopo il Poema vi saranno i cinque Canti che succedono al detto Furioso ec. ed altre Illustrazioni, e adornamenti come si vede nel Manifesto pubblicato: ogni Canto porterà in fronte il suo Argomento inciso in Rame rinchiuso in un vago contorno, similmente in Rame, ed a' fianchi un altro Rame della grandezza della pagina destinato a rappresentare il soggetto, di

cui in ogni Canto si tratta, adornato con Finali, e Lettere iniziali allusive alla materia. Per *Associazione*, e senza alcuna Anticipazione, un Tomo per l'altro verrà a costare Paoli 18. circa, secondo il più, o meno numero de' fogli, e Rami volanti che ci entreranno a tenore del Manifesto. Chiunque pertanto bramasse ascriversi alla presente Associazione, dovrà dare in nota il suo riverito Nome, Cognome, Titoli, e Cariche con distinzione, affinchè non nasca qualche involontario errore nel Catalogo de' Signori Associati che si stamperà nell'Opera; *è uscito il primo Tomo.*

dell'Arte della Guerra, Canti sei, del Reale Filosofo di Sans-Souci Federico III. Re di Prussia. In 12. 1765. 1:

Avventure di Lillo Cagnuolo Bolognese: Opera dilettevole, e critica, tradotta dall'Inglese. in 8. 1760. 1: 5

Barbaro, D. Tommaso, Esposizione delle Litanie della B. V. Maria. 12. 1760. 3:

Bidet Trattato sopra la coltivazione delle Viti, del modo di fare i vini, e di governarli, tradotto dal Francese, in 8. figurato 1763. seconda Edizione ricorretta, ed accresciuta. 2: 5

il Berretti istruito nelle cose del Portogallo, e suoi errori con un opuscolo contra la di lui Frusta Lett. 8. 1765 . 1:

delle Celebri Cantine, che invocano e protestano Immacolata la Concezione di Maria, e loro uso se sia da permettersi. in 4. 1752. 1: 5

Considerazioni Storico-Politiche sopra i doveri di chi è destinato al Governo de Popoli, con un'Appendice sopra l'armonia delle due Potestadi Ecclesiastica, e Civile 8. 1766. 2:

della Collezione della sera ne' giorni di digiuno, delle Messe negli Oratorj privati de' Secolari, e delle indulgenze Plenarie, Opuscoli tre. in 8. 1761. 1:

Confermazione del Ragionamento intorno ai beni temporali posseduti dalle Chiese ec. o sia Risposta indirizzata agli Autori dello scritto che ha per titolo; *Le Mani Morte* ec. in Ven. 1767. in 4. picolo. vol. 2. 8:

—— detta in 4. vol. 2. con Rami. 14:

Considerazioni morali sopra alcuni Misterj di Gesù Cristo infante, per celebrare la Novena del suo SS. Natale, del Canonico L. G. Venturini. in 12. 1763. 1: 5

Conversazione di S. Pier d'Arena, o sia Ragionamento sull' Orthodossia de' Gesuiti, stampato alla fine della *Neomenia Tuba maxima*, tenuto tra un Caval. *Portoghese*, un Abate *Toscano*, ed un Religioso *Vicentino* villeggianti in S. Pier d'Arena, ed esposto in varie Lettere ad un Abate Portoghese dimorante in Roma. in 8. 1762. 2: 5

Il Cuore delle Sacre Vergini al Presepio ed al Calvario col modo

modo di celebrare la Novena del SS. Natale di Bartolomeo Zanadio. in 12 1763. 5

Comedie, e Tragedie

la Cenia. 2:
l' Ostacolo improvviso. 2:
la Forza de' Natali. 2:
Democrito creduto Pazzo. 2:
la Colonia. 2:
l' Amante Militare 2:
la Figlia obbediente. 2:
la Molinara astuta. 2:
il Finto Cavaliere Parigino. 2:

Compendio Storico della vita, e geste dell' Immortal Pontefice Sisto V. dell' Ordine de' P. P. Min. Convent. 8. 1770. 3:

Confutazioni degli errori delli Giudei intorno la venuta del Messia. 8. 2:-10

Dante (Alighieri) la sua divina Commedia, e tutte l' altre sue Opere ridotte per la prima volta in un sol corpo, e novellamente arricchite, (oltre il Commento del P. Pompeo Venturi, e di Gio: Antonio Volpi) con copiose illustrazioni del P. Gio: Lorenzo Berti MS., e del Co: Rosa Morando MS., e d'altri rinnomati Scrittori, Edizione magnifica adornata di 400. e più Figure in Rame, allusive a tutta l' Opera, aggiuntavi la Monarchia, ed una nuova vita di Dante, con alcune Lettere, Apologie, ed illustrazioni di moderni Scrittori, cose tutte che mancano nell' altre Edizioni. in 4. fig. t. 5. 1759. 180:

—— detto in carta migliore. 200:

—— detto in carta stragrande con ampli margini. 300:

Si vendono anche separate dalle Opere suddette di Dante le seguenti cioè:

—— detto, Le Prose, e Rime Liriche, edite, ed inedite. 4. fig. t. 2. 25:

—— detto. La sua divina Commedia, e tutte l' altre sue Opere, ridotte per la prima volta in un sol Corpo, novellamente arricchite di tutti i Commenti, Illustrazioni e aggiunte sopramentovate, col Ritratto, e Sepolcro dell' Autore, col Profilo, Pianta, e misura dell' Inferno, incisi in Rame. Edizione completa in 8. grande t. 7. 1760. 24:

di Dione Spirito dell' Ecclesiastico. in 4. 1770. 3:

Difesa contro le lettere Teologico-Morali di *Eusebio Eraniste* ec. 8. 4:

Dimostrazione Apologetica, nella quale si conviace di calunnia la imputazione che si fa a' Gesuiti circa le ree massime del *Tirannicidio*. Il reo fatto Giudice ec. Decreto della Corte d' Apollo in Parnaso, che dichiara il P. Francesco Saverio Mm... accusato, e convinto di Pla-

glo ec. Altro Opuscolo ai Signori mal impressi della Morale de' Padri Gesuiti. in 8. 1761. 1 5

Diotalevi, *P. Alessandro della Comp. di Gesù*. Stimoli alla vera divozione. in 12. 1762. 3

—— detto. Trattenimenti spirituali sopra la Festa di Maria Santissima in 4. e in 12. 4

—— detto. Idea d'un vero penitente, o sia spiegazione del Salmo Miserere ec. in 12. 2

il Disinganno de' Grandi, e d' altre persone qualificate intorno ai loro doveri, esposto già a sola propria istruzione, da S. A. il Principe D. Armando di Conty, poi tradotto in Italiano, e commentato da Giuseppe Antonio Constantini; che serve di continuazione alla *Lettere Critiche*. in 8. t. 2. 1780. 4

Dizionario compendioso di Sanità che contiene l' esatta descrizione di tutte l' umana Malattrie, comprese quelle degli Artefici, e della gente applicata, e sedentaria, con osservazioni del *Fusanacci*. Questa Edizione è accresciuta di un Tomo IV. nel quale si dà notizia ad uno ad uno dell' interno valore di que' rimedj che sono nominati nelli tre Tomi del Dizionario stesso. Si sono divise le medicine ne' tre Regni, *Vegetabile*, *Animale*, e *Minerale*. Nel vegetabile, ch' è diviso in tre Classi: nella prima sono poste le Piante, e membri loro: Nella seconda classe hanno luogo i Sughi, gli Olj, le Lacrime, le Resine ec. ec. Nella terza classe sono collocati i purganti primarj, come Agarico, Cassia ec. ec. con le dosi loro: Nell' Animale, il quale è diviso in quattro Classi, si tratta degli Animali Terrestri, degli Uccelli, de' Pesci e degli Insetti: Nel Minerale quale è diviso in Capitoli, e che tratta della Chimica Farmaceutica, si parla delle Terre, delle Acque, delle Pietre ec. ec. come più estesamente si può rilevare dalla Prefazione premessa a detto Tomo IV. in 8. t. 4 1771. 10

il Divoto del sacro Cuor di Gesù, istruito intorno la divozione al medesimo, con varie affettuose Orazioni, e Rime, e con due Novene per onorare i sacri Cuori di Gesù, e di Maria, di Fr. Angelo M. da Udine Cap. in 12. fig. 1766. *In questa II. Ediz. è di molto accresciuto.* 5

Dizionario domestico portatile, che contiene tutte le Cognizioni relative all' Economia Domestica e Rurale,
le Varie parti dell' Agricoltura.
la Maniera di curare i Cavalli.
di Nodrire, e conservare ogni sorta di Bestiami.
di Allevare le Api, e i Bachi da Seta.
Con le necessarie istruzioni intorno
la Caccia.
la Pesca.
la Cucina.
le Arti, e Mestieri.

il Commercio.
la Sollecitazione de' Processi.
l' Officio ec. ec.
Utile dei pari a quelli che vivono delle loro Rendite.
Utile a' Fattori, a' Giardinieri, a' Commercianti, e agli Artisti ec. ec. in 8. con molte Tavole in Rame, *sotto il Torchio*.

Deidier, Elementi generali delle principali parti delle Matematiche, necessarj ancora all' Artiglieria, e all' arte Militare, tradotti dal Francese. in 4. fig. t. 3. 1762. 44:

Elementi Generali dell' antica e moderna Geografia, Traduzione dall' Inglese. in 8. con fig. in Rame 1762. 4:

Epitalamio di Cajo Valerio Catullo, Poeta Latino, Tradotto nell' Italiana favella, col Testo latino a fronte, in ottava Rima. in 8. 1763. 1:

Esercizio della Via Crucis, o viaggio doloroso di Gesù Appassionato al Calvario. in 16. : 5

Esercizio del Cristiano da farsi ogni giorno: Aggiuntivi in quest' ultima impressione diversi Inni divoti, ed altre Orazioni. in 24. ven. : 5

l' Ester Tragedia. in 8. 1763. 1:

Esame, e risposta alle Lettere di S. Carlo stampate in Lugano. in 8. 1765. 1: 5

Fleury Discorsi sopra la Storia Ecclesiastica tradotti dal Francese. In 12. t. 2. 1772. *Terza Edizione*. 3:

Finetti Trattato della Lingua *Ebraica*, e sue Affini, Caldaica, Siriaca, Samaritana, Fenicia, Punica, Arabica, Etiopica, ed Amharica. Aggiugnesi nel fine una breve difesa del capo 2. di San Matteo contro d'un incredulo Inglese, con tre Tavole in Rame. in 8. 1756. 4:

Firmin, Istruzioni importanti al popolo sopra le malattie Croniche ec. per servire di seguito agli Avvertimenti al popolo di M. Tissot, Traduzione dal Francese. in 8. t. 2. con Tavole in Rame. 8:

Grisellini nuova maniera di seminare, e coltivare il formento, Edizione seconda rivista, corretta, accresciuta di nuove Tavole, d'un Rimedio per preservare i Grani dalla corruzione, e d'altri Discorsi ed Esperimenti fatti da varj Accademici Georgofili di Firenze, col Risultato delle Sperienze fatte in quest' anno, e con un nuovo Progetto per l'anno venturo; con parecchie altre Osservazioni utili ad un Fattore per il governo della Campagna, e per la Sopraintendenza alli Coloni, con la descrizione de' dodici Mesi dell' anno, e con la dichiarazione di quanto si deve operar in ciascheduno di essi Mesi. in 4. 1765. 4:

Godeau *M. Antonio*, Storia Ecclesiastica, trasportata dal Franc. ed illustrata di Annotazioni da Monsig. Speroni Vesc. di Adria. *Si stampa per Associazione, e ne sono usci*

usciti Tomi X.; li susseguenti sotto il Torchio 1771. Venezia. 80:
nuova Geografia per uso della più fresca gioventù, accomodata alle recenti osservazioni, e ripartimenti stabiliti, inseritevi molte succinte Erudizioni, per la maggior cognizione dei paesi, ed una chiara, e breve notizia della sfera. in 8. fig. 1769. Edizione II. 21
Gaeti, Giminiano, il Giovine Istruito ne' dogmi Cattolici, nella verità della Religione Cristiana, e sua Morale: con i principj della Geografia, della Storia, della Filosofia, e Astronomia, e colla spiegazione della Teologia de' Pagani. in 4. t. 2. 1759 10:
il buon Governo dell'anime, proposto massimamente a Parrochi, e Confessori da D. Giambattista Bonomo, nuova Edizione accresciuta più della metà con notabili aggiunte principalmente contro gli amori. in 4. *sotto il Torchio*.
Geografia de' fanciulli dell' *Abb. Langlet*, o sia breve metodo e facile per insegnare la Geografia alla gioventù, con un dettaglio su i cangiamenti di Dominio, e su gli avvenimenti in Europa, fino all'anno 1771. che non si leggevano in altre Edizioni ec. ed inoltre accresciuta di un nuovo Mappamondo conforme alle più recenti osservazioni del Sig. Moll. 8. 1771. 12: 5
Gordon, Gramatica Geografica, ovvero Analisi esatta e breve della moderna Geografia, trad. dall'Inglese: Ediz. IV. corretta, e di molto accresciuta, ed aumentata di Tavole in Rame. 8. 1771. *sotto il Torchio*.
Gerloni, Bartolomeo. Osservazioni di Chirurgia sopra il vantaggio delle fila asciutte nelle operazioni Chirurgiche ec. 1770. 12:
l'Ingrata moglie con l'Istoria del Cav. di Odenard. in 8. 1772. 1: 5
Istoria del Principe Carlo Odoardo Stuardo di Galles concernente le Avventure, e disgrazie accadutegli in Iscozia l'anno 1746. in 8 1760 1: 5
Istoria di Tom Jones, di M. Fielding: Edizione novissima adornata di figure in Rame. in 8 t 2. 72
Istruzioni del Pubblico Ecclesiastico Diritto accomodate alla Pratica di Venezia: Con una Appendice delle Leggi Venete recentemente promulgate nelle materie riguardanti la Disciplina Ecclesiastica, e suoi Decreti. 32
il Legista Versificante, ovvero l'Istituzioni Civili tradotti nel verso Volgare dal Dott. D. Antonio Ganini. 8. *sotto il Torchio*.
Laudi Spirituali ad uso delle Missioni. in 24 : 2
Lettera del Portoghese Autore delle Riflessioni sopra il Memoriale presentato dai RR. PP. Gesuiti al Papa Clemente XIII. al Romano Autore della Critica alle medesime Riflessioni, con un Saggio della Morale Speculativa, e Pra-

Pratica dei moderni impugnatori dei PP. Gesuiti : tratta dalla Critica [a]lle *Riflessioni*, e *dalla Neomenia Tuba Maxima*. in 8. 1762. 2: 5
Lettera giustificativa di A. Z. per il Libro uscito sotto il suo nome intitolato : Dimostrazione dell' ossequio e rispettosa venerazione avuta da Ministri di S. Santità verso li Ministri di S. M. Fedelissima. in 8. 1762. 1: 5
Lettere dell' Abate N. N. Milanese ad un Prelato Romano, nelle quali si mostra che il preteso Portoghese Scrittore di certe *Riflessioni sopra il Memoriale presentato dai Gesuiti a Papa Clemente XIII.* è un Uomo maligno, temerario, e un solenne calunniatore. in 8. t. 3. 1762. 5: 5
Lettere del P. Filiberto Balla della Comp. di Gesù in risposta alle Lettere Teologico-Morali di Eusebio Eraniste in difesa della Storia del Probabilismo del P. Concina, in 8. t. 3. 1755 5:
Lettere d' un Direttore ad un suo penitente intorno alle Lettere Provinciali. Lettera di N. N. Napoletano ad un suo Amico di Livorno. in 8. 1760. 2: 5
Lettere scritte a Roma al Sig. Abate Giusto Fontanini, dappoi Arcivescovo d'Ancira, intorno a diverse materie spettanti alla Storia Letteraria : Raccolte dall' Abate Domenico Fontanini. 8. 1762. 4:
Lettere di Risposta di N. N. ad un Amico, che ricerca sapere l' origine, la dignità, l' autorità, e l' accortezza de' Vescovi. in 8. 1763. 5
Lambertini Benedetto XIV. delle feste di Gesù Cristo, della B. Vergine Maria, e della Santa Messa : Nuova Edizione illustrata, ed accresciuta de' Testi genuini degli Autori che vi si citano, con la giunta d'un'informazione sopra le Leggi Ecclesiastiche, e di due indici copiosi, l'uno delle Materie, l'altro delle cose più notabili : adornata d'alcuni Rami allusivi alla materia, le quali cose tutte mancano nelle antecedenti Edizioni. 4. vol. 2. 10:
—— detto, Raccolta di Notificazioni, Editti ed Istruzioni: nuova Edizione illustrata ed accresciuta de' Testi genuini degli Autori che vi si citano ec., e di due Indici copiosi l' uno delle materie, l' altro delle cose più notabili: adornata d' alcuni Rami allusivi alla materia, le quali cose tutte mancano nelle antecedenti Edizioni. 4. t. 2. 1771. 8:
Laudate Dominum in Sanctis ejus. in 16. figurato. 1:
Langhans l' arte di curarsi e guarirsi da se medesimo nelle più comuni, e gravi malattie tradotto dal Francese. 8. t. 2. 6:
Lettere da aggiugnersi al Supplemento della Storia Letteraria d' Italia ; ristampate a parte per disinganno di quegli ancora che non avessero la Storia. in 8. 1:
Lettere scritte da D. Antonio Santos d' Oreytia, e da D. Gio:

Gio: Battista Agnelli intorno alle pretese Lettere di San Carlo. In 8. 1: 5
Lezioni Sacre del P. Luigi Salas della Comp. di Gesù; che contengono la spiegazione della cattività del popolo Giudaico di Babilonia. in 4. *sono usciti due Tomi*, per Società a *Paoli* 4 il Tomo. 8:
nuovo Manuale, o sia istruzione pratica sopra la regola, e costituzione dell'Ordine de' Minori Conventuali di San Francesco. in 8. 1758. 3:
Mani morte o sia Lettera all' Autore del Ragionamento intorno ai beni posseduti dalla Chiesa. 8. 1766. Milano. 6:
Meditazioni Cristiane per un Ritiramento Spirituale, composte da Madama *Isabella di Borbone* Infanta di Spagna, Principessa di Parma ec. in *forma d' Officio*. 1: 5
Meditazioni sulla felicità con un avviso, e con note Critiche. in 8. 1:
Madruccio il Cardinal di Trento difeso contro Natale de' Conti, coi testimonj dei Letterati che lo conobbero. Opera del R. P. L. G. dell' Ord. de' Pred. in 8. 1763. 1:
Mapertuis Lettere Filosofiche tradotte dal Franc. 8. 1: 5
la Monaca Ritiro con Gesù Cristo. 12. 2: 5
Mesi dell' Anno ad uso d' Oratorj fogli dodici. 4:
Notizie Storiche delle Apparizioni ed Immagini più celebri di Maria Vergine nella Città, e Dominio di Venezia, tratte da' Documenti, Tradizioni, e antichi Codici delle Chiese, nelle quali esse Immagini son venerate; raccolte e scritte da S. E. Flaminio Cornaro N. V. in 12. fig. 1761. 5:
Novena a preparare il cuore al Bambin Gesù stesa da Giuseppe Maria Gravina della Comp. di Gesù. in 8. Palermo 1760. 2: 8
Nuova Geografia per uso della più fresca gioventù con una breve notizia della sfera, offerta alla *Signora Elisabetta Spinelli*. 8. ven. 1769. *Seconda Edizione*, con fig. 1:
Osservazioni interessanti, e relative agli affari correnti dei PP. Gesuiti ec. Lettera del Sig. N. N. al Sig. N. N. suo corrispondente in Olanda: Decreto del Re Cattolico Filippo V. in proposito delle accuse intentate contro i Gesuiti del Paraguay: processo autentico fatto ex officio nel Paraguay sopra le cose imputate ai Gesuiti. in 8. 1761. 2: 5
Osservazioni concernenti varie importanti materie di Medicina, e le facoltà di molti rimedj specifici per guarire varie malattie rimarchevoli ec. tradotte dall' Inglese dal Sig. Ricardo Mead. in 8. 1763. 5
Osservazioni Teologico Critiche dell' Arciprete Donnino Giuseppe Copelotti, R. in S. Teol. in 8. 1764. 1: 5
Petrobelli, Panegirici, e altri Sacri Ragionamenti con l' aggiun-

Paoli: Baf.
giunta di sei Panegirici. 4. t. 2. 1763. 10

Paragone della Poesia Tragica d'Italia, con quella di Francia, sua difesa con altre aggiunte, e l'Apologia di Sofocle del Sig. Co: Pietro de' Conti di Calepio, con la sua vita. in 8. 1770. 4: 5

Pilati Carlo Antonio di Tasullo: L'esistenza della Legge naturale. 8. 1: 5

Pepoli Conte Cornelio, Trattato de' Sistemi, e del Mondo Planetario di Monsieur du Lard tradotto in versi sciolti con alcune Rime, e la Tavola di Cebete dello stesso. in 8. 1764. 2:

Parabole Evangeliche ed insegnamenti di Gesù Cristo tradotte dal Francese, e adornate di molti rami ad ogni Parabola per uso delle Scuole, e molto utilissime per i Fanciulli che principiano ad imparare la lingua Latina, e divisa in 4. parti: la prima contiene il testo latino colla sua traduzione; la seconda il latino solo; la terza il solo Italiano; la quarta è un Catalogo de' partecipj e verbi Latini che sono impiegati nel testo. 1770. 8. 3:

Pujati Giuseppe Antonio della preservazione della salute de' Letterati e gente applicata, e sedentaria. in 8. *con nuove Aggiunte*. 1: 5

il Quadro di Cebete Filosofo Greco trasportato in lingua Italiana. in 4. Padova 1761. 1:

Quaresimale del P. Francesco Antonio Arici della Congreg. dei Chierici Regolari di S. Paolo. in 4. 1765. 6:

Raccolta di Documenti, Memorie, e Lettere, spettanti agli affari correnti fra la Corte di Roma, e quella di Portogallo ec. in 8. 1761. 1:

Ragionamenti intorno alla legge Naturale, e Civile di Carlo Antonio Pilati professore di Legge in Trento. 8. 1765. 2:

Ragionamenti di Cleandro, e di Eudosso, sovra le lettere al Provinciale, recati novellamente nell'Italiana favella dall'originale Francese. in 8. t. 2. 1761. 4:

Ragionamento sopra la vocazione allo stato Ecclesiastico, di Monsig. Antonio Godeau, da Monsig. *Arnaldo Speroni* trasportato dal Francese in Italiano, aggiuntovi il volgarizzamento della Lettera XXI. di S. Agostino a Valerio Vescovo d'Ippona. Seconda Edizione corretta, ed accresciuta. in 8. 1762. 1:

le Ree qualità dei due Libelli intitolati le Riflessioni sopra il noto memoriale de' PP. Gesuiti, e l'Appendice alle medesime, dimostrate ai loro proprj Autori il *Portoghese*, ed il *Romano*: Opera postuma di D. Giovanni Battista Zandalocca Mantovano. in 8. 1761. 2:

Riflessioni sopra il Libro intitolato *Motivi Pressanti, e Determinanti*, che obbligano in coscienza le due Potestà Ecclesiastica, e Secolare, ad annientare la Comp. di Gesù ec. 8. 1762. 1: 5

Ri-

Riflessioni, Sentenze, e Massime Morali del Sig. Amelot della Houssaye, illustrate con Note Istoriche, e Politiche, ed arricchite di Massime Cristiane. in 8. 1762. 1: 5

Solsi, il Ministro degli Infermi per ajuto alla buona morte, coll'aggiunta della benedizione del Santissimo Rosario. in 12. 1762. 1:

Scoprimento dell'origine delle persecuzioni della Comp. di Gesù ottenuto coll'occasione d'informarsi di esse. in 8. Cosmopoli 1764. 1:

Storia del Secolo XVIII. in cui si descrivono tutti i fatti Militari, e Politici avvenuti In Europa; e la descrizione di tutto ciò che è accaduto di rimarchevole in diverse parti del Mondo, che incomincia dall'anno 1700 di cui è uscito il primo Tomo: li susseguenti *sotto il Torchio*. in 8. 1: 5

Storia dell'anno 1771. che contiene li fatti memorabili avvenuti tra' Principi dell'Europa, e principalmente della Guerra sussistente tra la Russia, e l'Ottomano, dal cominciamento fino all'anno 1771. *inclusive*. *Questa d'anno in anno si anderà continuando.* 2:

Sonetti contro le opinioni di Michiel Bajo, di Giansenio Iprense, del Belleli, del P. Beril Agostiniano ec. con copiose Annotazioni, in 8. 1762. 1: 5

Storia delle persecuzioni fatte alla Chiesa dagli Infedeli nei primi quattro Secoli, descritta dal P. Bartolommeo Peverelli della Comp. di Gesù. in 4. t. 2. 1763. 10:

Storia Letteraria d'Italia, del P. Francesco Antonio Zaccaria della Comp. di Gesù, in 8. tomi 14. 1756. *Ma si ristampano li Tomi* IV. V. VI VII. a Paoli 5. al Tomo.

—— *A chi mancassero Tomi della suddetta Storia, come altresì del Saggio Critico della corrente Letteratura Straniera potranno a me commetterli, essendo passati tutti in mio potere.*

Tansillo Luigi il Podere, 8. 1770. 1: 5

Tasso Torquato; l'Aminta Favola Boschereccia accresciuta, e adornata di otto Rami di grandezza della pagina, con a lato i suoi Capo Pagine, Finaletti, e Lettere iniziali, incisi in Rame da perito Professore, tutti allusivi alla materia. in 12. fig. 1761. 8:

Tissot, Avvertimenti al Popolo sopra la sua salute, ovvero Trattato delle Malattie più frequenti, e del modo più facile, e più sollecito per guarirle, composto principalmente per gli Abitanti di Campagna, e per quelli che non possono avere il Medico pronto nelle loro occorrenze: Tradotto dal Francese, ed arricchito di alcune Annotazioni del Dottor Giampietro Pellegrini Medico, e Filosofo Veneziano, e del Dottor Carlo Gaudini. Aggiuntovi l'Istruzioni importanti al Popolo sull'Economia Animale che contengono le differenti Malattie Croniche,

alle

alle quali è soggetto il Corpo umano con i Rimedj per curarle, tradotte dal Francese, e di Note illustrate. 1770. 1771. in 8. t. 4. con IX. Tavole in Rame. 24:

la Tavola di Cebete, Filosofo Greco, tradotta in versi sciolti dal Co: Cornelio Pepoli, con alcune Rime Sacre, e Morali del medesimo, e con la *Tavola* di Cebete in *Rame*, rappresentante tutte le vicende dell'umana vita. in 8. 1763. 1: 5

il Tempio della Filosofia, in cui con accrescimenti, e osservazioni dell'autore s'illustra il sepolcro d'Isacco Newton, con gli Argomenti. in 8. 5:

Teatro Comico Francese; in cui si contiene una scelta di Commedie approvate sulla scena di Francia, tradotte in Italiana favella. Seconda Edizione accresciuta di una nuova Commedia intitolata *la Colonia*, ora per la prima volta tradotta. in 8. 1764. 4:

il Tradimento scoperto negli Amoreggiamenti, e nelle Conversazioni tra Uomini, e Donne, con evidenti prove che sieno la rovina dell'anima, del Sacerdote D. Gio: Batt. Bonomo. Edizione seconda accresciuta più della metà. in 12. 1764. : 6

Trattato sopra la coltivazione delle Viti, del modo di fare i vini, e di governarli, tradotto dal Francese, del Sig. Bidet. in 8. figurato 1761. seconda Edizione ricorretta, ed accresciuta. 2: 5

Trattato della Lingua *Ebraica* e sue Affini, Caldaica, Siriaca, Samaritana, Fenicia, Punica, Arabica, Etiopica, ed Amharica, del P. Bonifacio Finetti dell'Ordine dei Predicatori. Aggiugnesi nel fine una breve Difesa del capo 2. di S. Matteo contro d'un incredulo Inglese, con tre Tavole in Rame. in 8. 1756. 4:

Trattato de' Sistemi, e del Mondo Planetario di Monsieur du Lard tradotto in versi sciolti da Sua Eccellenza Co: Cornelio Pepoli, fra gli Arcadi Cratejo Erasiniano, e Vicecustode della Colonia Renia, con alcune Rime, e la Tavola di Cebete dello stesso. in 8. 1764. 2:

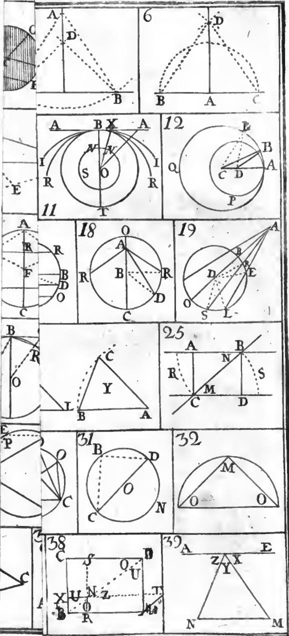
Trattato dell' operazioni Chirurgiche del Signor Samuel SHARP, tradotto dall'Inglese, ed illustrato di note dal Sig. Angelo Nannoni. 8. t. 3. figurato. 8:

Trattato Chirurgico di Angelo Nannoni, Maestro di Chirurgia nel Regio Spedale di Firenze, sopra la Semplicità del medicare i mali d'attinenza della Chirurgia, coll' Aggiunta delle malattie delle Mammelle. in 4. con fig. in Rame 1760. 4:

—— delle Malattie delle Mammelle dello stesso. in 12. 1763. : 6

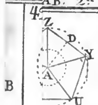
il Trionfo di Clelia drama per musica, del Sig. Abate Pietro Metastasio, rappresentato in occasione del Felicissimo Parto di sua Altezza Reale l'Arciduchessa Isabella, per

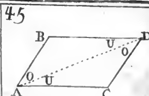
per comando degli augustissimi Regnanti. 12. 1762. 1 8
Vita e virtù di D. Ferdinando Trevisani di Padova Monaco Olivetano. in 8. 1772. *con il suo Ritratto in Rame.* 2:
Veglie piacevoli di Domenico Maria Manni, ovvero Vite dei più bizzarri, e giocondi Uomini Toscani, le quali possono servire di trattenimento. III. Ediz. ricorretta, ed accresciuta dall'Autore. in 8. t. 4. 4:
Via Spirituale per incamminarsi al Cielo, con la scorta delli due Sacramenti Confessione, e Comunione del Rev. P. Pietro Giustinelli della Comp. di Gesù. Seconda Edizione. in 24. 1764. 1:
Vita del Venerabile Servo di Dio P. Luigi la Nusa della Compagnia di Gesù detto l'Apostolo della Sicilia. in 4. 1765 3:
Vite Santi Padri con il Prato spirituale descritte dai Santi Girolamo e Atanasio. 4. 2: 5
Vita e Virtù di Suor Maria Geltrude Cattarina Budrioli da Forlì Monaca Cappuccina Professa, descritta dal P. A. M. Berti. in 8. 1763. 1:
Vita d'Arlotto Mainardi Pievano di S. Cresci a Majuolo, del Sig. Domenico Maria Manni, e da lui in questa terza Ediz. corretta ed accresciuta, giuntovi un Canto d'incerto Autore in lode della pazzia di Bettina Veneziana, col suo ritratto in Rame. in 8. 1760. 1: 5
Vita, virtù e miracoli della B. Eustochio Monaca Benedittina, scritta dal *P. Giulio Cordara* Gesuita. 8. 1768. Venezia. 1: 5
Vita di Gio: Battista Gaspari Consigliere dell'Augustissima Imperatrice Regina Maria Teresa. 4. 1770. 4:
Vita B. Bernardo da Corleone dell'Ordine de'Minori Cappuccini. 4. 3:
Vocabulario de'Nomi e Verbi della Lingua Inglese raccolti, e spiegati nell'Italiana Lingua da Giulio Camillo Montevìggena a comodo di chi brama rettamente intendere, e correttamente scrivere la detta Lingua Inglese. in 8. 1772. 2:
Volgarizzamento del Libro di S. Bernardo della Considerazione mandato ad Eugenio III. ed ora tradotto in Lingua Italiana. in 8. 1759. 2:
Zaccaria P. Francesco Annali Letterarj d'Italia, li quali incominciano dall'anno 1756., e possono servire di continuazione all'Istoria Letteraria del Padre suddetto, al qual anno appunto sono rimasti col Tom. XIV. in 8. Tomi 3. 1763. *per Associazione.* 24:
Zambaldi Saggj per servire alla Storia dell'uomo. 8. 3: 5

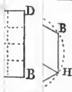


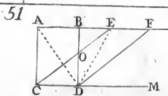
A
D
B
6
D
B
A
C
A
B X
A
N
N
I
I
S
O
R
R
T
11
12
L
B
A
Q
C
D
P
E
A
R
R
F
B
D
O
C
18
O
A
R
B
R
D
C
19
A
B
R
D
E
O
S
L
B
R
O
C
Y
L
B
A
25
A
B
N
R
S
M
C
D
E
P
O
C
31
B
D
O
C
N
32
M
O
O
C
38
C
S
D
Q
U
X
U
N
Z
T
B
O
R
M
39
A
E
Z
Y
X
N
M

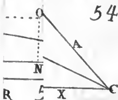
AB. 24

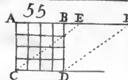

4
Z
D
N
A
U
B


45
B
D
U
O
O
U
A
C

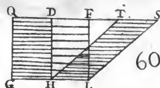

D
B
B
H

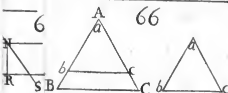

51
A
B
E
F
O
C
D
M


O
54
A
N
X
C

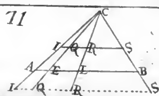

55
A
B
E
F
C
D


R
N
R
P
R
B
V

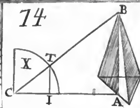

Q
D
F
T
S
60
G
H
L

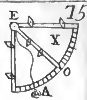

A
a
66
b
c
B
C
a
b
c


A
D
B

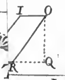

71
C
I
Q
R
S
A
E
I
B
I
Q
R
S

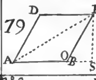
72

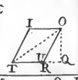

74
B
T
X
C
I
A


E
75
X
O
A

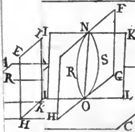

N

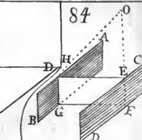

I
O
R
Q


D
E
79
A
O
B
S

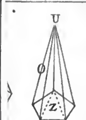

I
O
T
U
R
Q

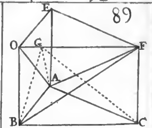
L n° 2. X O U

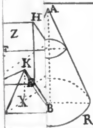

F
N
K
I
E
R
S
G
R
A
O
L
H
H
C

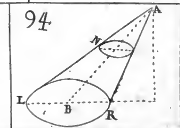

84
O
A
C
D
H
E
B
G
F
D


N
A M

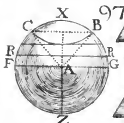

U
O
Z

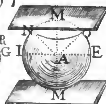

E
89
O
G
F
A
B
C

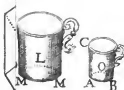

H
A
Z
K
X
B
R

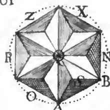

94
A
N
L
B
R

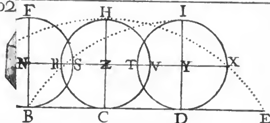

G

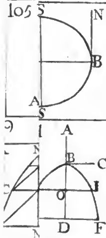

X
97
C
B
R
R
F
G
A
Z

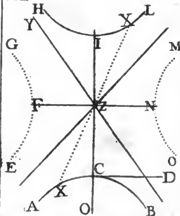

M
N
I
A
E
M


100
L
C
O
M
M
A
B

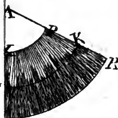

101
Z
X
R
N
B
O
X

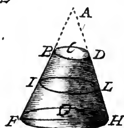

102
F
H
I
N
S
Z
T
V
Y
X
B
C
D
E

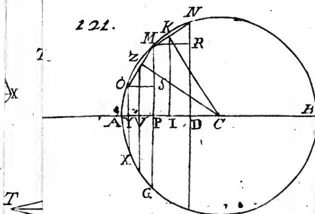

105
S
N
B
A
S
A
B
C
O
I
D
F


112
H
Y
X
L
G
I
M
F
Z
N
E
O
C
D
X
A
O
B


117.
M
H
B
I
A
P
L


Z
R


122
A
B
C
D
I
L
G
F
H


121.
N
K
M
R
Z
O
S
A
Y
V
P
I
D
C
B
X
G



